

Tempéraments et Visualisations

Une quadrature du cercle ?

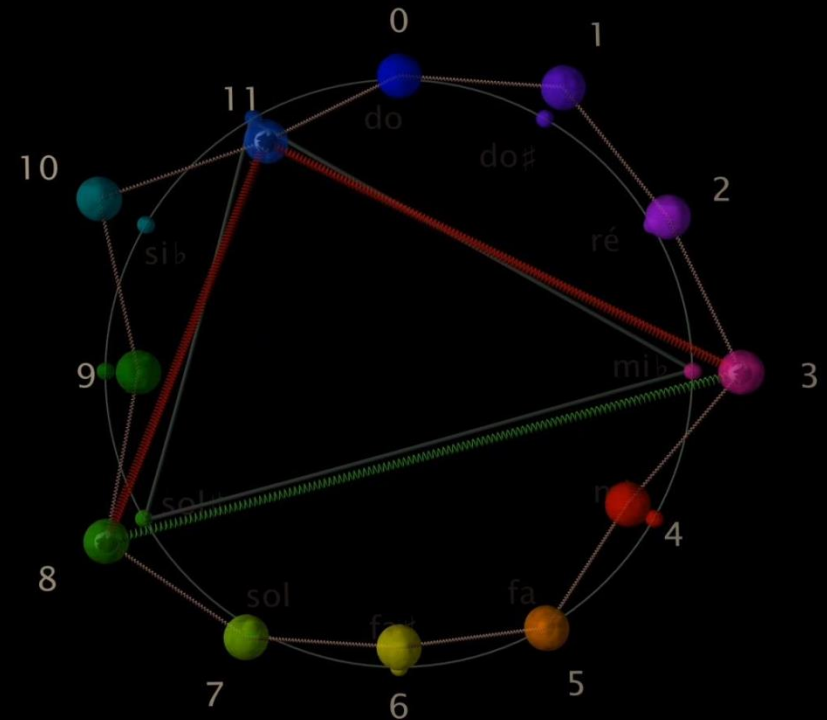
Séminaire MaMuX
IRCAM , Centre Pompidou
Paris, 06 Fev 2016

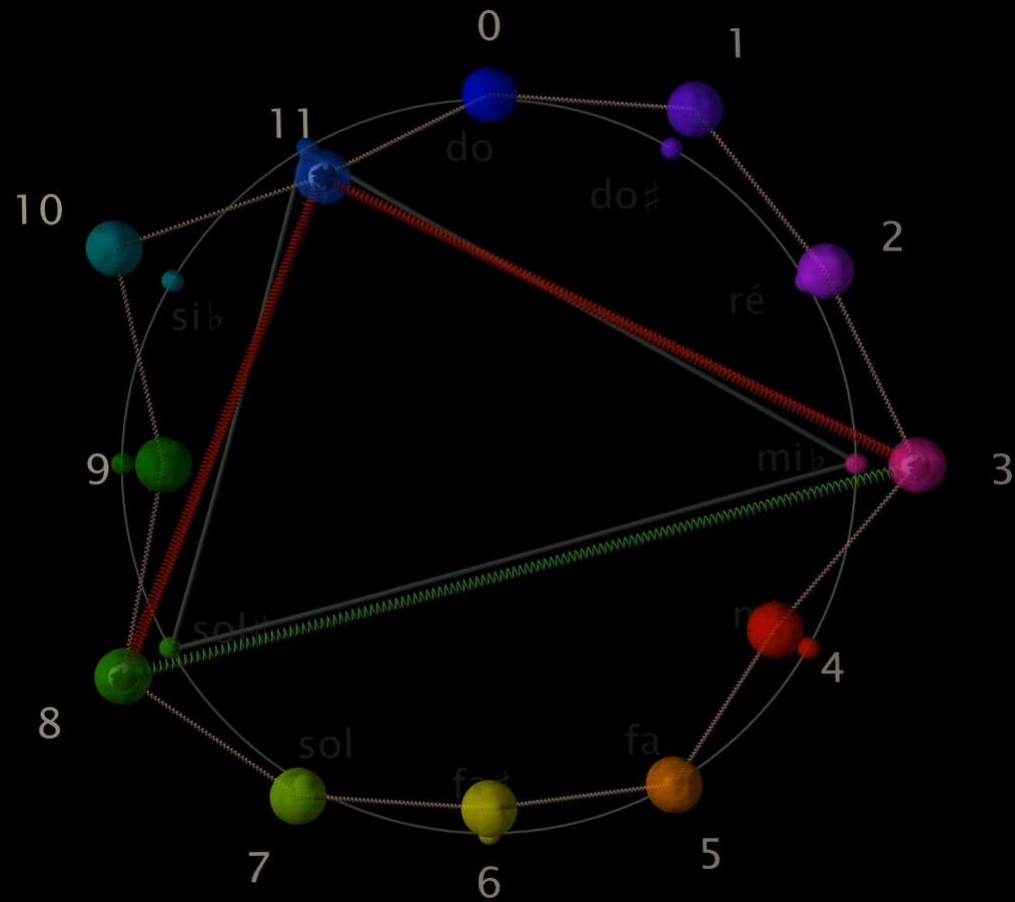
Gilles Baroin *MatheMusic.Net*

Labo MAIAA LaboLLA Créatis (EA4152)
ENAC Université de Toulouse

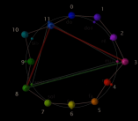
André Calvet *AndreCalvet.com*

Auteur Accordeur Chercheur Indépendant





CADRE DE LA RECHERCHE



CADRE DE LA RECHERCHE

Travail collaboratif

Gilles Baroin
Mathémusicien



De la pierre au son

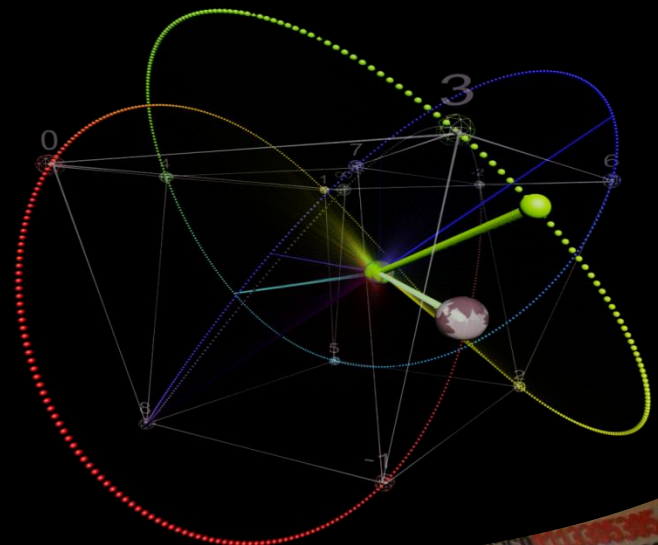
Archéologie musicale du tympan de

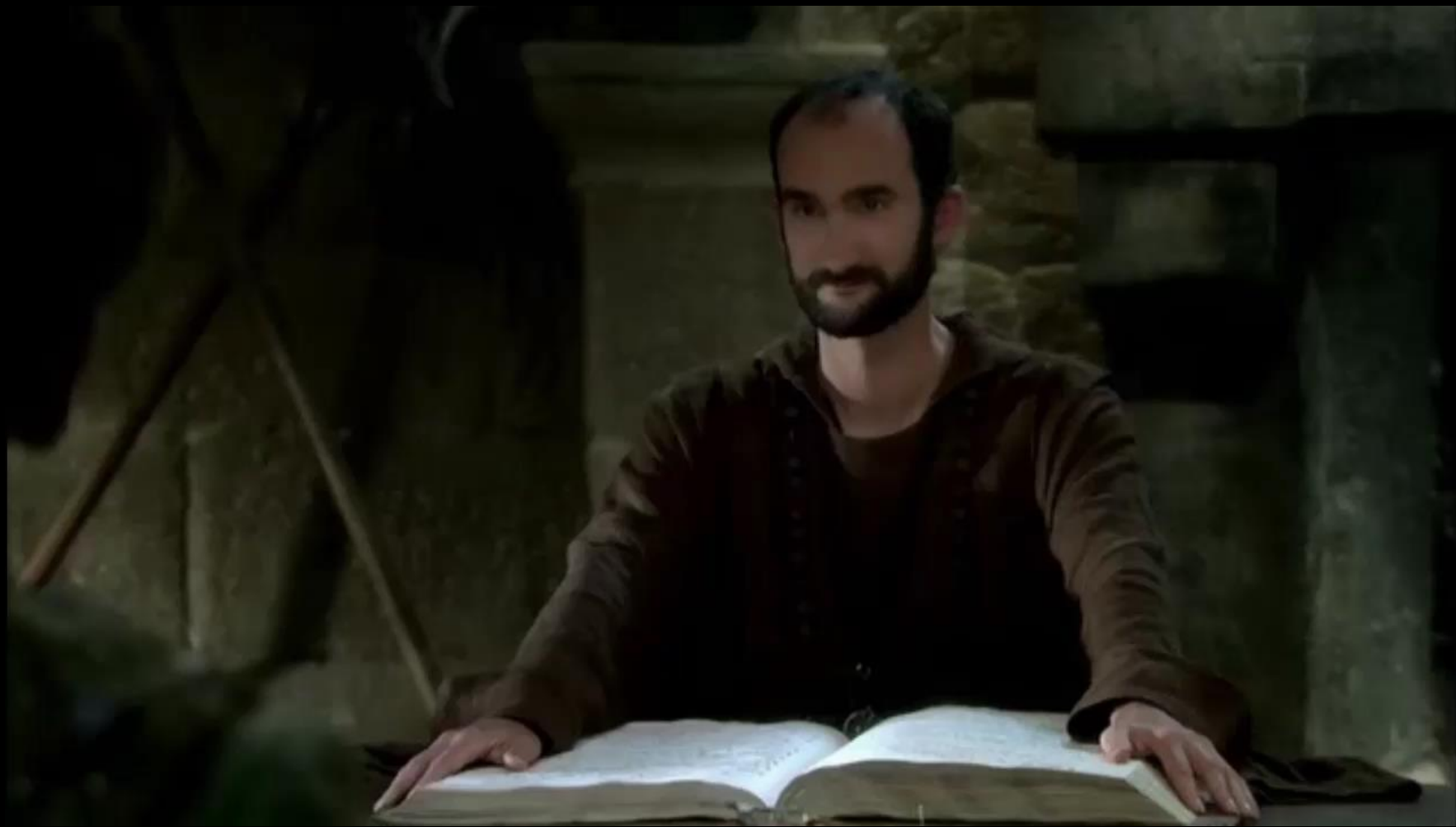
MOISSAC

André Calvet

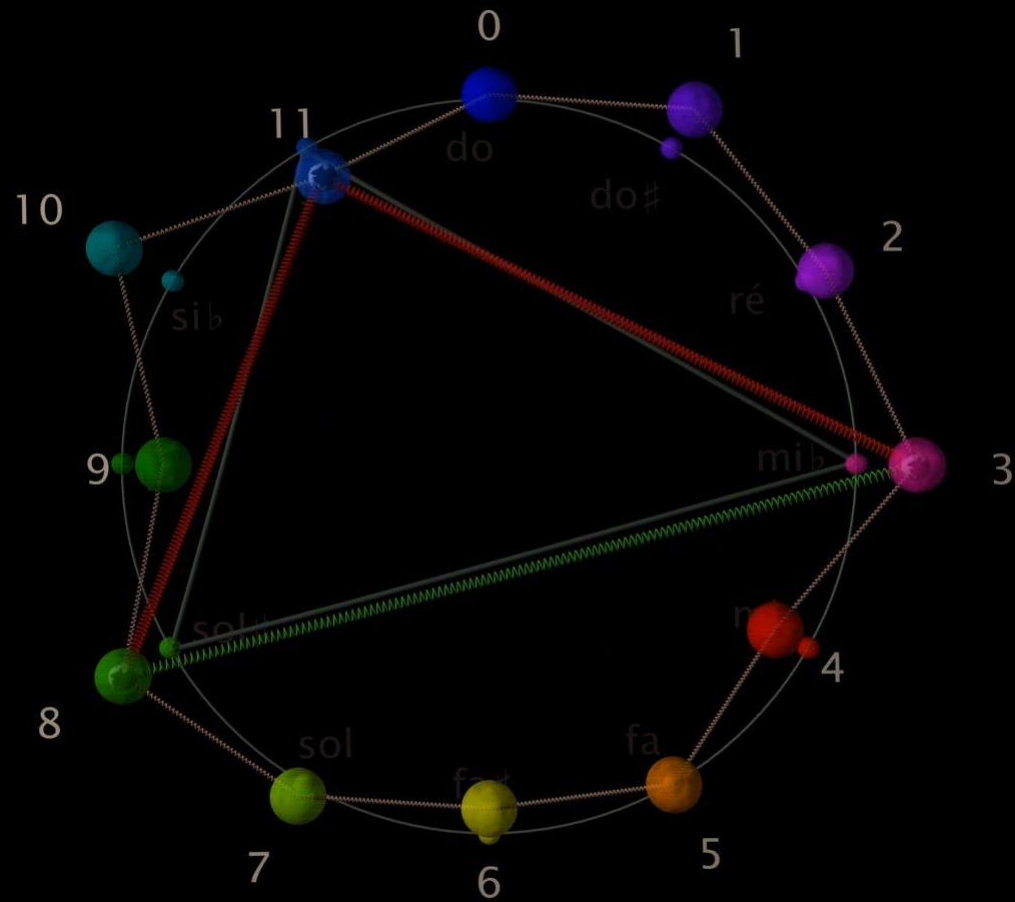
Accordeur

Archéo-Musicologue

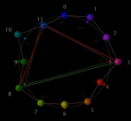




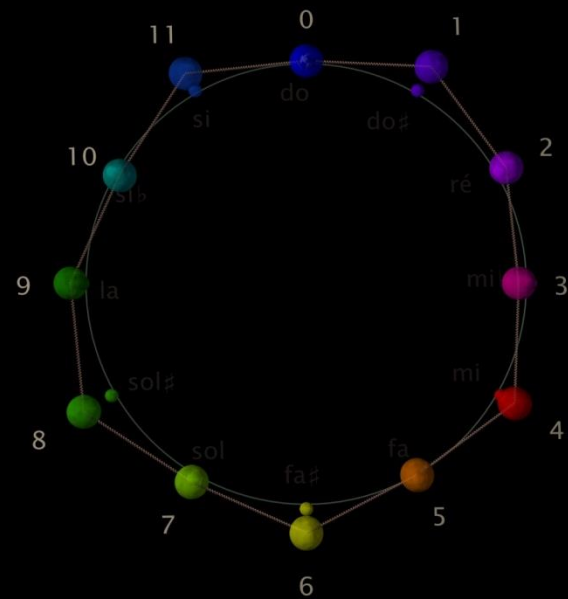
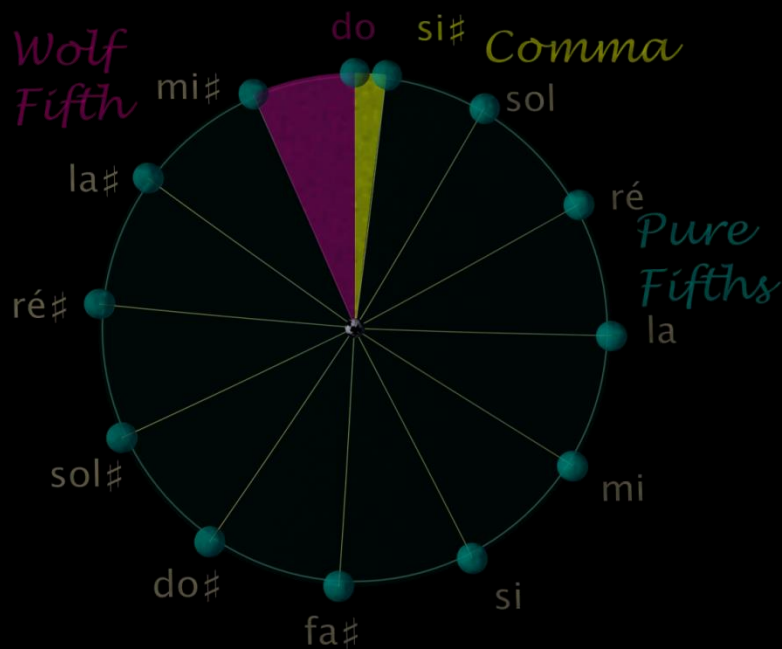
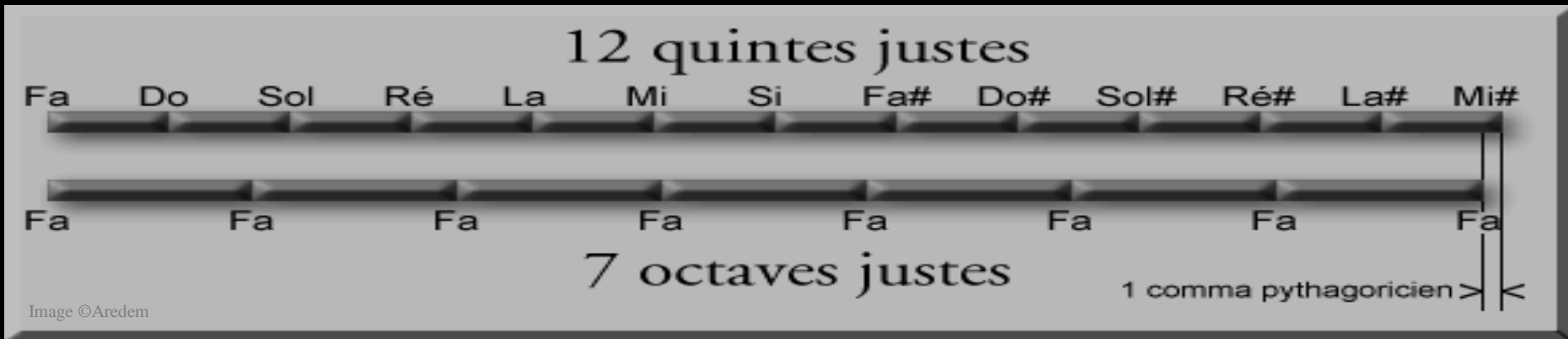
CADRE DE LA RECHERCHE



DU NON-TEMPÉRÉ À L'OBTEMPÉRÉ



PAPY THAGORE



Πυθαγόρας ~ -500/JC

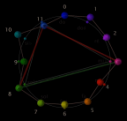


AUDIORAMA

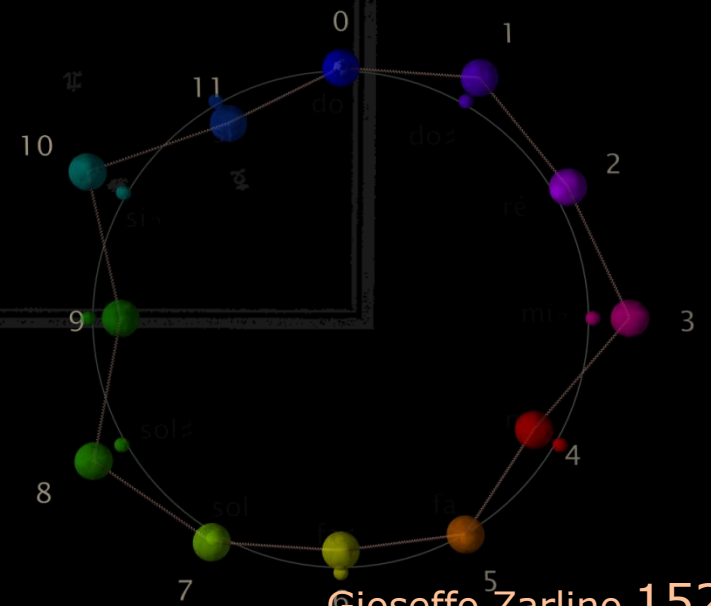
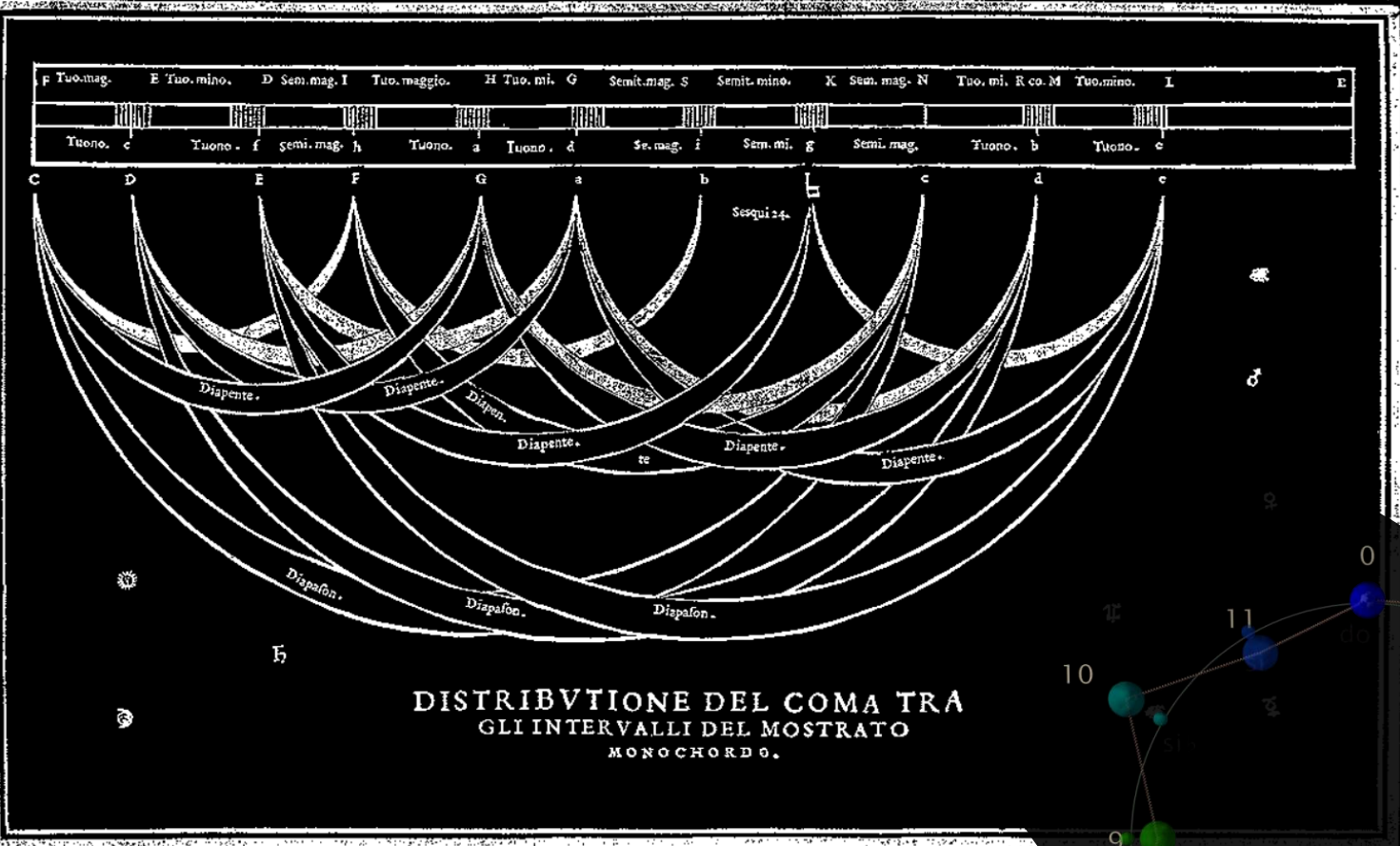


- A La Quinte du loup de Papy Thagore 30 sec
- B Let it be en sib avec loup 30 sec
- C Let it be en do sans loup 45 sec
- D Let it be en do Temp. Egal 45 sec
- E Diato Zarlino 9 sec
- F Chroma Zarlino 13 sec
- G Greensleeves en Fa zarlinien 25 sec
- H Amsterdam en fa Temp. Egal 26 sec
- I Zarlino fa fa# zarliniens contrapunctique 30 sec
- J Mesotonique Aaron 8 Tierces maj. 30 sec
- L 24 tonalités Werckmeister III 70 sec
- K Vallotti quintes 30 sec
- M Prélude en Mi Lehman
- N Prélude en Sib min Lehman
- O Prélude en Si min Lehman

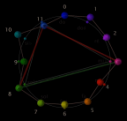




LE SYSTÈME DE ZARLINO



Gioseffo Zarlino 1523



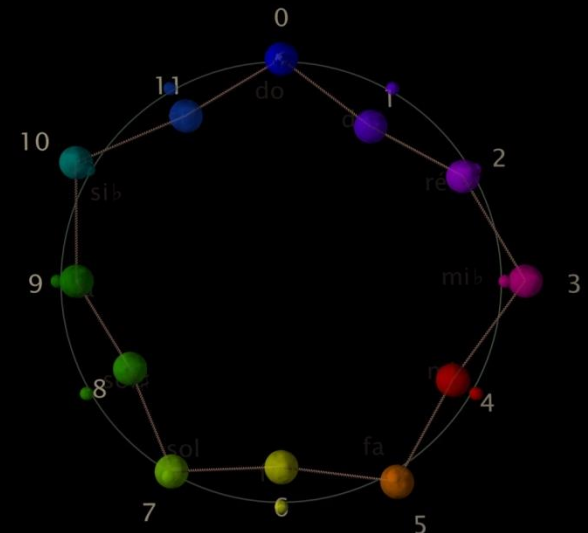
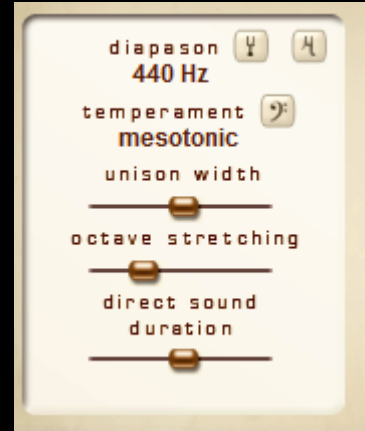
AUDIORAMA



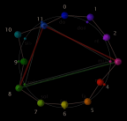
- A La Quinte du loup de Papy Thagore 30 sec
- B Let it be en sib avec loup 30 sec
- C Let it be en do sans loup 45 sec
- D Let it be en do Temp. Egal 45 sec
- E Diato Zarlino 9 sec
- F Chroma Zarlino 13 sec
- G Greensleeves en Fa zarlilien 25 sec
- H Amsterdam en fa Temp. Egal 26 sec
- I Zarlino fa fa# zarliniens contrapunctique 30 sec
- J Mesotonique Aaron 8 Tierces maj. 30 sec
- L 24 tonalités Werckmeister III 70 sec
- K Vallotti quintes 30 sec
- M Prélude en Mi Lehman
- N Prélude en Sib min Lehman
- O Prélude en Si min Lehman



LE TEMPÉRAMENT MÉSOTONIQUE




Pietro Aaron 1523



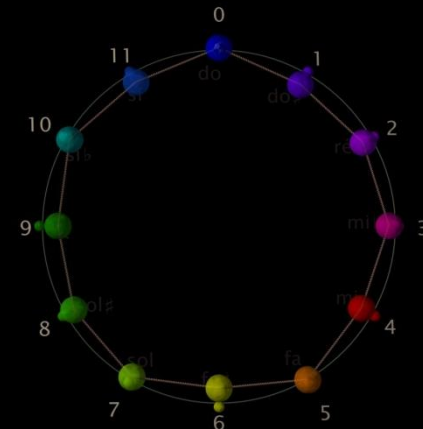
AUDIORAMA



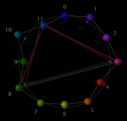
- A La Quinte du loup de Papy Thagore 30 sec
- B Let it be en sib avec loup 30 sec
- C Let it be en do sans loup 45 sec
- D Let it be en do Temp. Egal 45 sec
- E Diato Zarlino 9 sec
- F Chroma Zarlino 13 sec
- G Greensleeves en Fa zarlinien 25 sec
- H Amsterdam en fa Temp. Egal 26 sec
- I Zarlino fa fa# zarliniens contrapunctique 30 sec
- J Mesotonique Aaron 8 Tierces maj. 30 sec 
- L 24 tonalités Werckmeister III 70 sec
- K Vallotti quintes 30 sec
- M Prélude en Mi Lehman
- N Prélude en Sib min Lehman
- O Prélude en Si min Lehman



LE TEMPÉRAMENT WERCKMEISTER III



1/4cp Andreas Werckmeister 1691

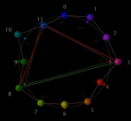


AUDIORAMA

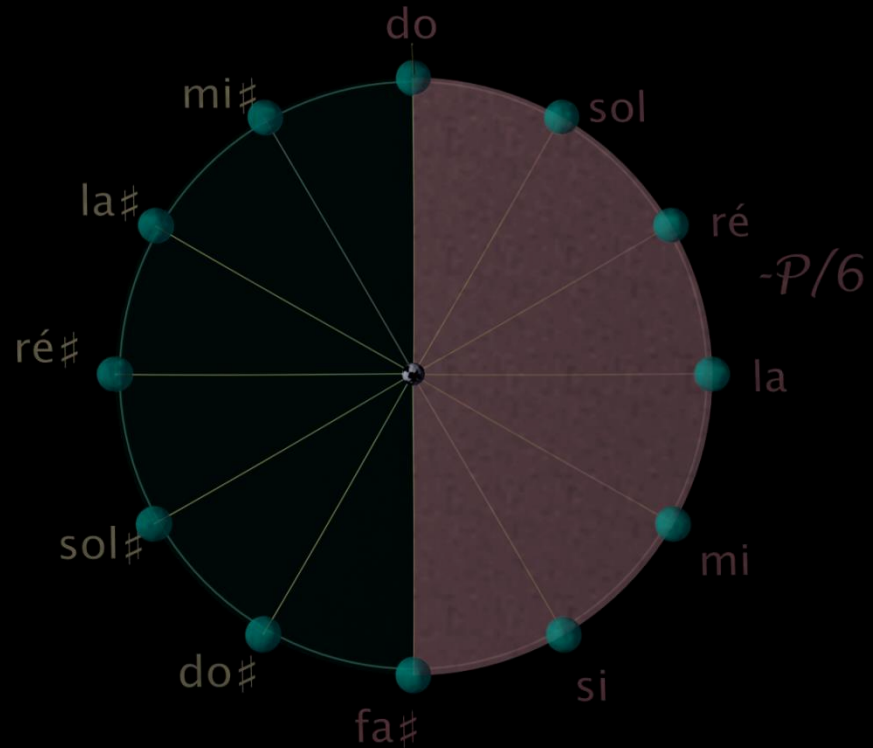


- A La Quinte du loup de Papy Thagore 30 sec
- B Let it be en sib avec loup 30 sec
- C Let it be en do sans loup 45 sec
- D Let it be en do Temp. Egal 45 sec
- E Diato Zarlino 9 sec
- F Chroma Zarlino 13 sec
- G Greensleeves en Fa zarlinien 25 sec
- H Amsterdam en fa Temp. Egal 26 sec
- I Zarlino fa fa# zarliniens contrapunctique 30 sec
- J Mesotonique Aaron 8 Tierces maj. 30 sec
- L 24 tonalités Werckmeister III 70 sec
- K Vallotti quintes 30 sec
- M Prélude en Mi Lehman
- N Prélude en Sib min Lehman
- O Prélude en Si min Lehman





LE TEMPÉRAMENT DE VALLOTTI



1/6cp Francesco Vallotti 1754

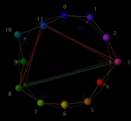


AUDIORAMA

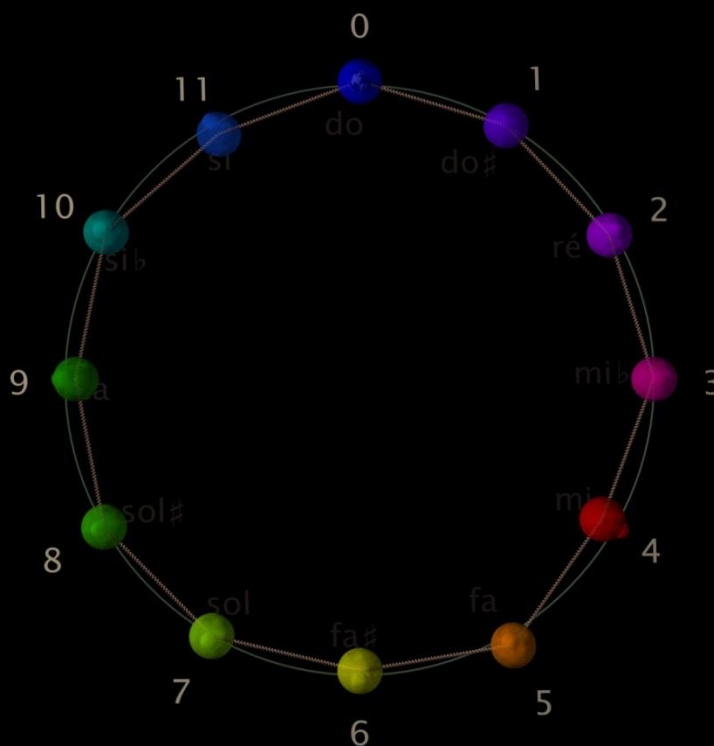


- A La Quinte du loup de Papy Thagore 30 sec
- B Let it be en sib avec loup 30 sec
- C Let it be en do sans loup 45 sec
- D Let it be en do Temp. Egal 45 sec
- E Diato Zarlino 9 sec
- F Chroma Zarlino 13 sec
- G Greensleeves en Fa zarlinien 25 sec
- H Amsterdam en fa Temp. Egal 26 sec
- I Zarlino fa fa# zarliniens contrapunctique 30 sec
- J Mesotonique Aaron 8 Tierces maj. 30 sec
- L 24 tonalités Werckmeister III 70 sec
- K Vallotti quintes 30 sec
- M Prélude en Mi Lehman
- N Prélude en Sib min Lehman
- O Prélude en Si min Lehman



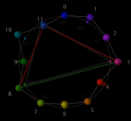


LE "BIEN" TEMPÉRÉ



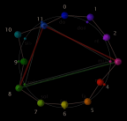
Bach /
Kellner

J.S Bach par J.P. Kellner 1970



A LA RECHERCHE DU TEMPÉRAMENT PERDU

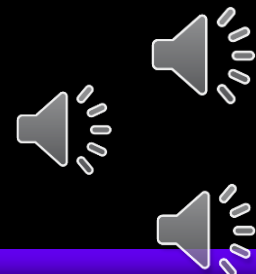


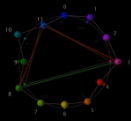


AUDIORAMA



- A La Quinte du loup de Papy Thagore 30 sec
- B Let it be en sib avec loup 30 sec
- C Let it be en do sans loup 45 sec
- D Let it be en do Temp. Egal 45 sec
- E Diato Zarlino 9 sec
- F Chroma Zarlino 13 sec
- G Greensleeves en Fa zarlilien 25 sec
- H Amsterdam en fa Temp. Egal 26 sec
- I Zarlino fa fa# zarliniens contrapunctique 30 sec
- J Mesotonique Aaron 8 Tierces maj. 30 sec
- L 24 tonalités Werckmeister III 70 sec
- K Vallotti quintes 30 sec
- M Prélude en Mi Lehman
- N Prélude en Sib min Lehman
- O Prélude en Si min Lehman

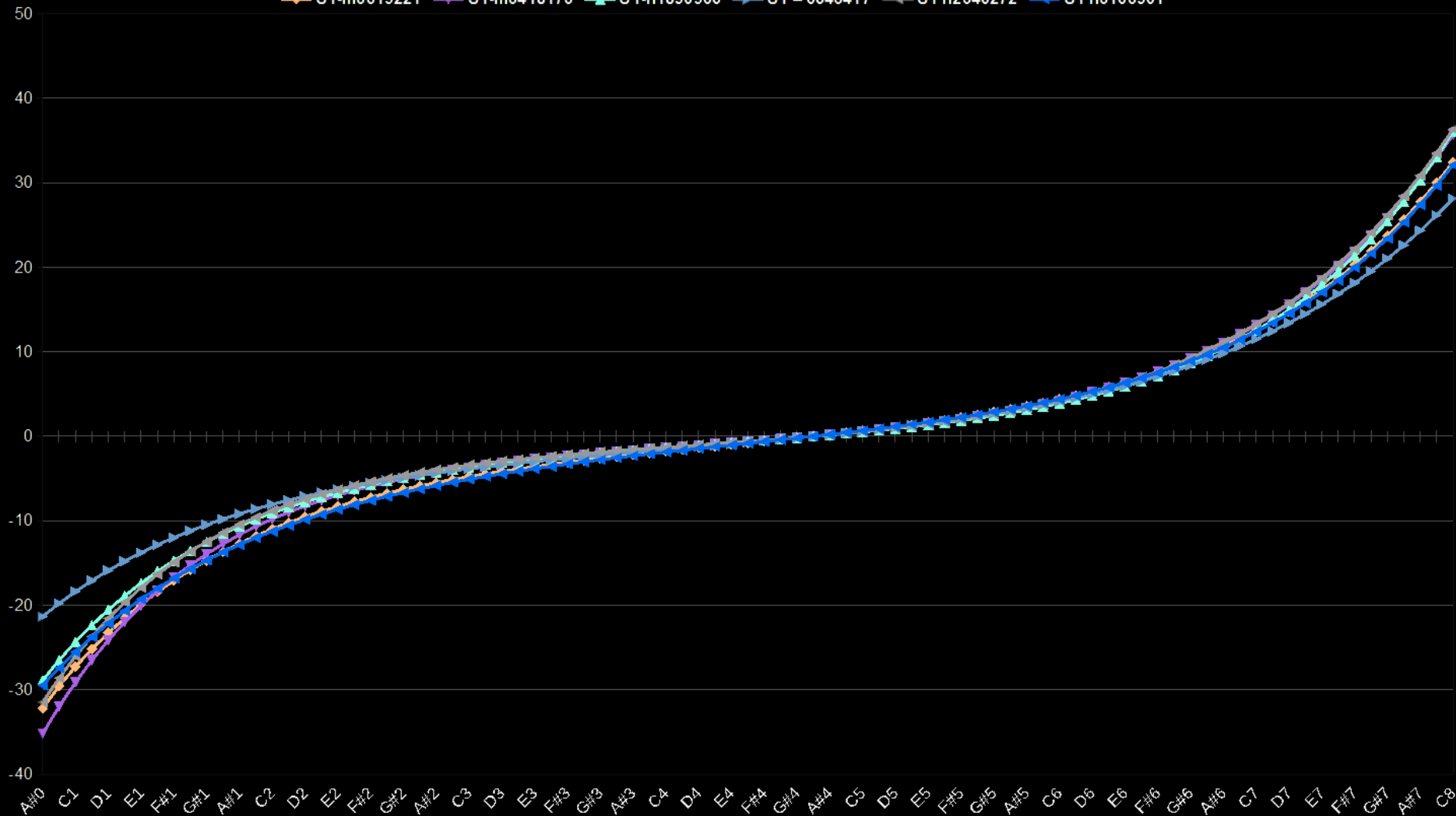


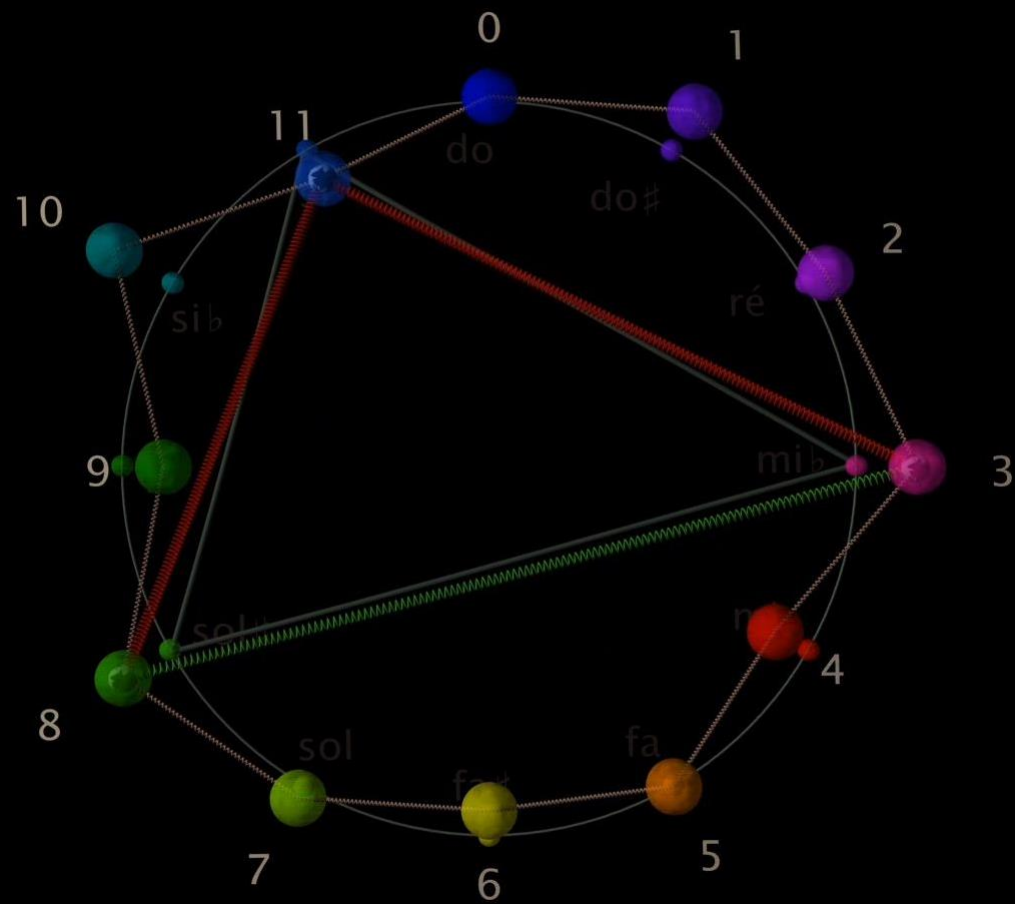


L'INHARMONICITÉ

Superposition des courbes d'inharmonicité moyenne des 6 pianos U1

U1-m3319221 U1-m3418173 U1-h1890963 U1 - 6345417 U1 h2340272 U1 h3163901



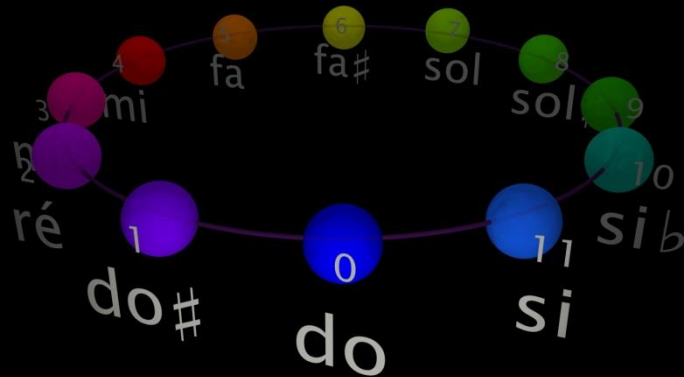


ESSAIS DE VISUALISATION



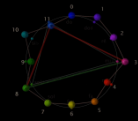
CONSTRUCTION

- Extension du cercle de Newton



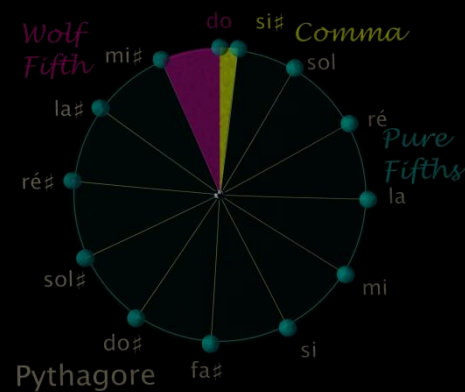
© Isaac Newton

- Comparaison des fréquences des 12 Notes chromatiques

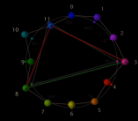


OBJECTIFS

- Comparer des Tempéraments

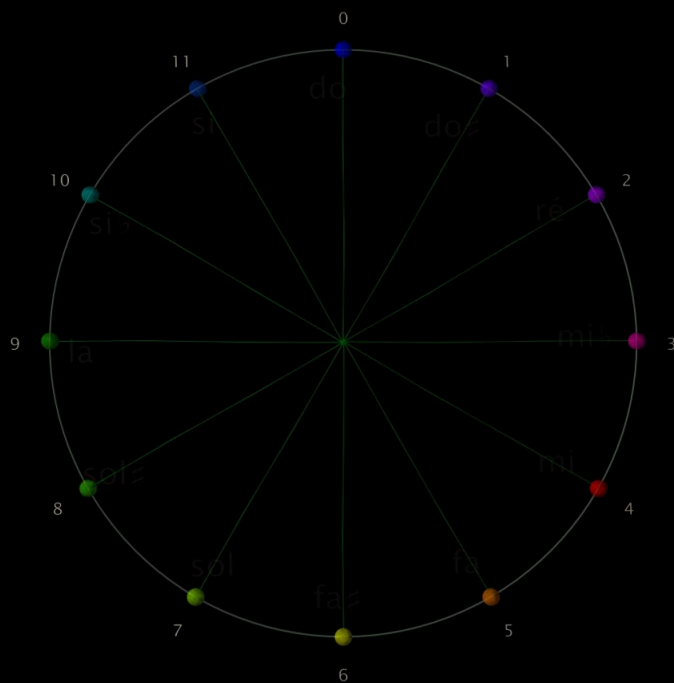


- Voir ce que l'oreille entraînée perçoit
 - ✓ Ce que l'auditeur ressent?

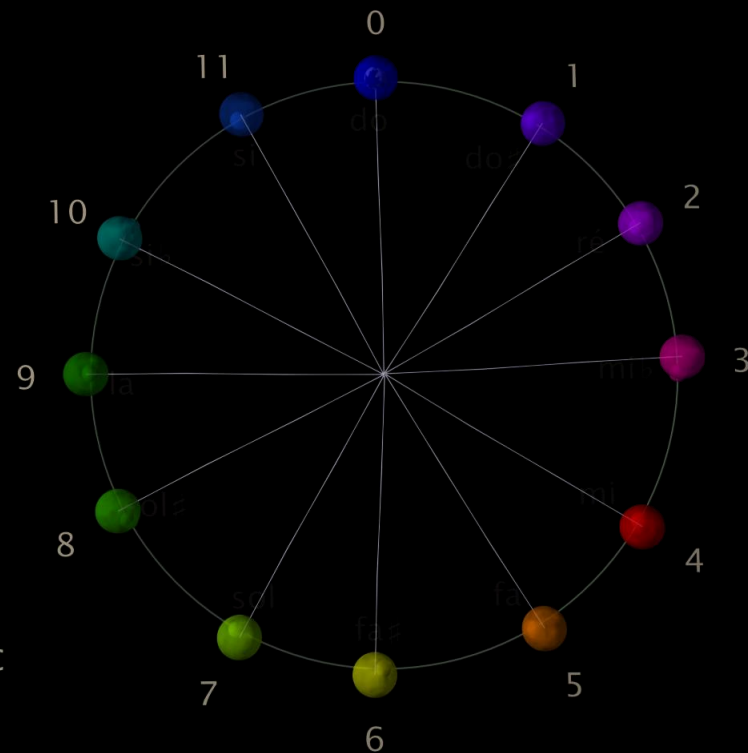


APPLICATION

- Comparaison au Tempérament Egal



Equal

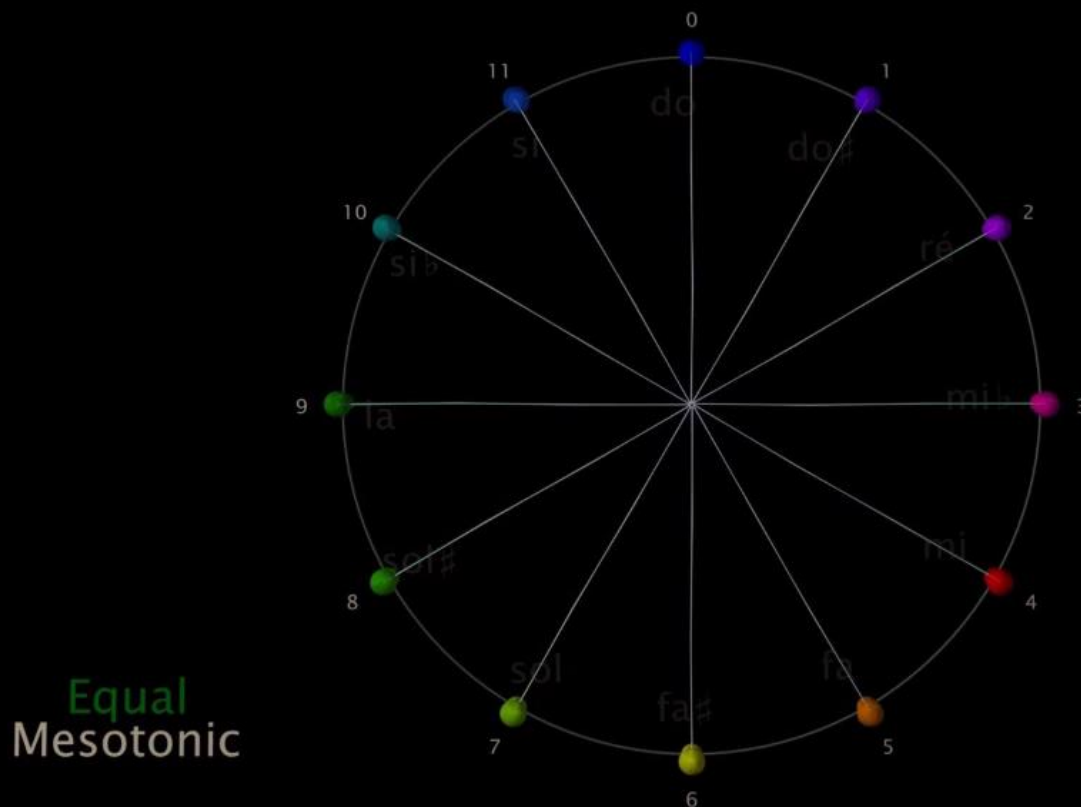


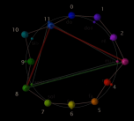
Mesotonic



APPLICATION

- Comparaison au Tempérament Egal





LA FRÉQUENCE \Rightarrow UNE DIMENSION

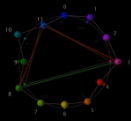
- Une dimension: **Nombre Réel**

- ✓ Ligne : $x = a \ln (F)$

- ✓ Cercle : $\Theta = a \ln (F)$

Ou encore $s = r_0 a \ln (F)$

Avec F: fréquence de la note; a: constante; r_0 : rayon du cercle. s: abscisse curviligne.



LA FRÉQUENCE \Rightarrow UNE DIMENSION

- Une dimension: Nombre Réel

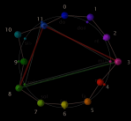
- ✓ Ligne : $x = a \ln (F)$

- ✓ Cercle : $\Theta = a \ln (F)$

Ou encore $s = r_0 a \ln (F)$

I suppose one might find it necessary to pass into the fourth dimension (Coxeter)

Avec F: fréquence de la note; a: constante; r_0 : rayon du cercle. s: abscisse curviligne.



AJOUTONS UNE DIMENSION

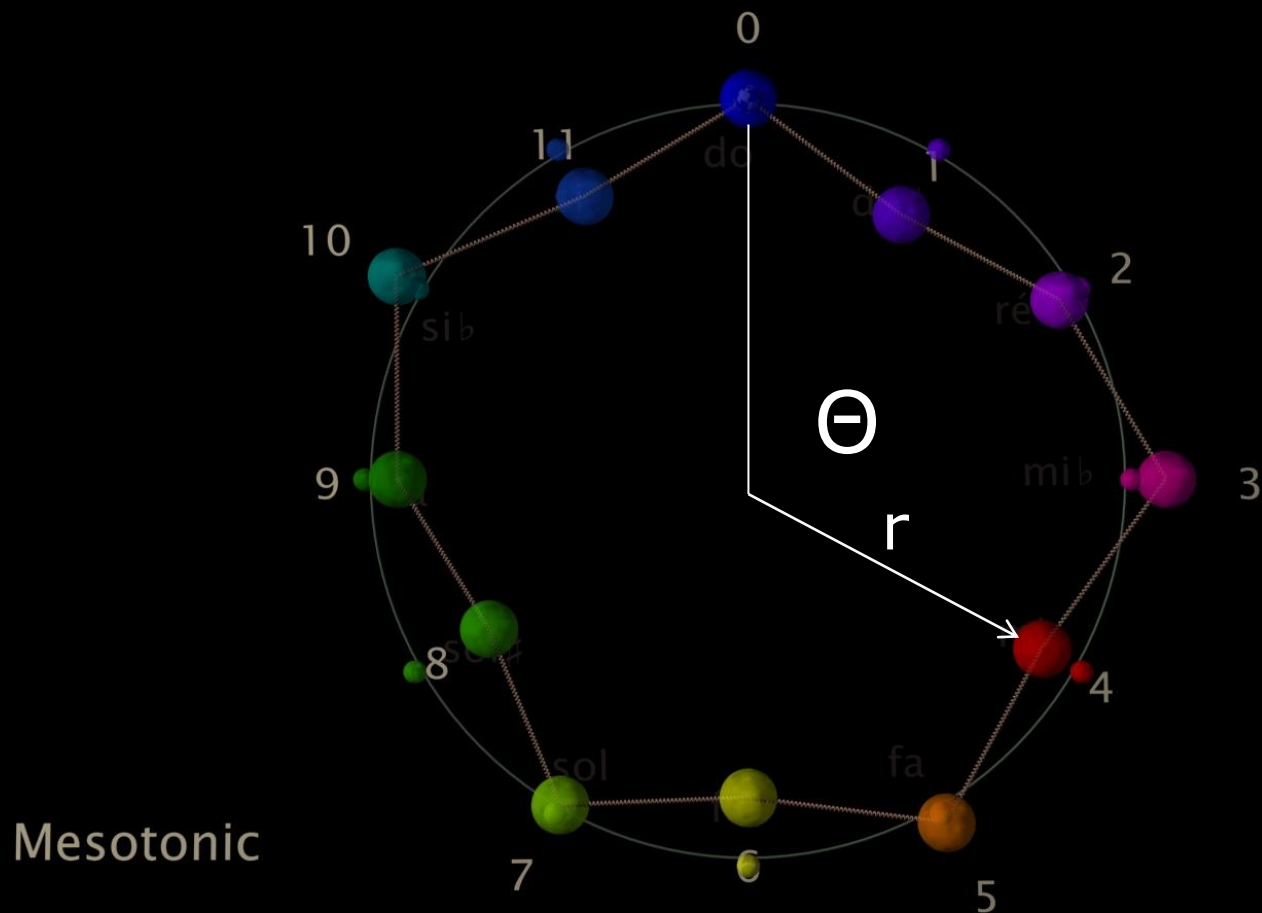
- Une dimension: Nombre Réel
 - ✓ Ligne : $x = a \ln (F)$
 - ✓ Cercle : $\Theta = a \ln (F)$
- Deux dimensions: **Nombre Complexe** $p: r.e^{i\Theta}$
 - $r = r_0 (F/F_0)$
 - $\Theta = a \ln (F_0)$

Avec F_0 :Fréquence au TE. F : fréquence de la note; a : constante; r_0 :rayon du cercle.

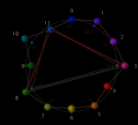


CONSTRUCTION

- Comparaison au Tempérament Egal

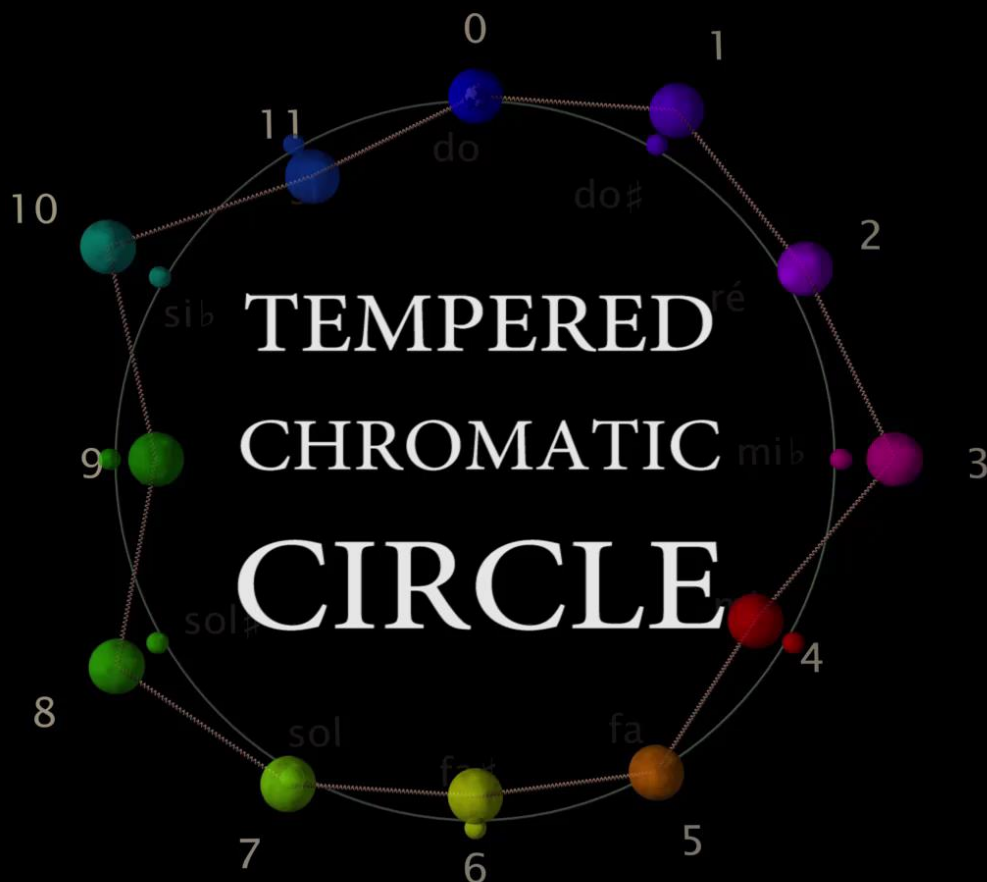


NB : La représentation graphique comprend une exagération exponentielle des distances.



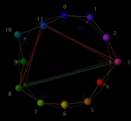
APPLICATION

www.
MatheMusic
.net



Visualization of
Zarlino
System (Scale)

G.Baroin
A.Calvet
(c) 2015



PROBLÉMATIQUE

- Caractériser une tonalité
 - ✓ Par son accord principal Maj / min
- Tierce majeure, Tierce mineure, Quinte
 - do mi sol; do mi^b sol; 0 4 7; 0 3 7;
- Trois paramètres
 - ✓ En 2D : Un Triangle
 - ✓ En 3D : Un Cube (ou presque !)
 - ✓ En 4D : non adapté



CONSTRUCTION 2D

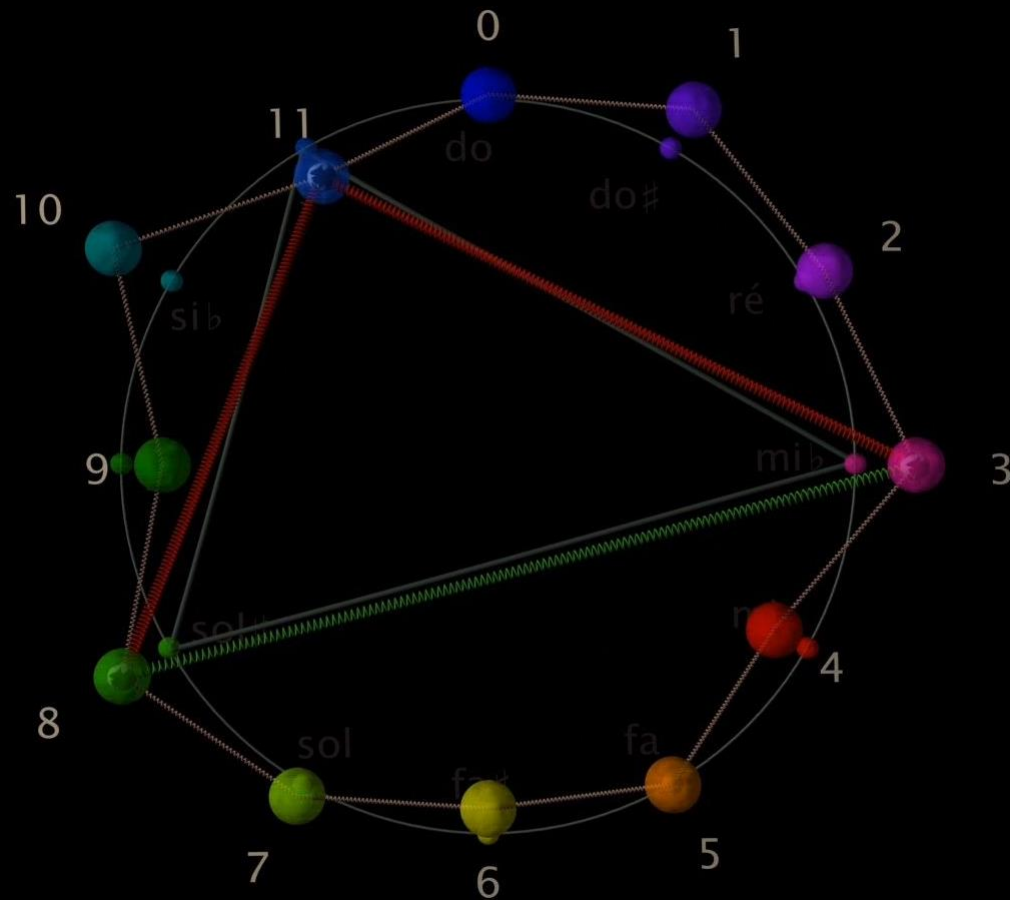
- Triangle P_1, P_2, P_3

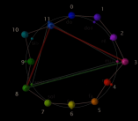
Trois sommets: les notes

$$P_1 : r_1 \cdot e^{i\theta_1}$$

$$P_2 : r_2 \cdot e^{i\theta_2}$$

$$P_3 : r_3 \cdot e^{i\theta_3}$$





CONSTRUCTION 2D

- Triangle P_1, P_2, P_3

Trois sommets: les notes

$$P_1 : r_1 \cdot e^{i\theta_1}$$

$$P_2 : r_2 \cdot e^{i\theta_2}$$

$$P_3 : r_3 \cdot e^{i\theta_3}$$

- 3 Cotés: 3 Couleurs

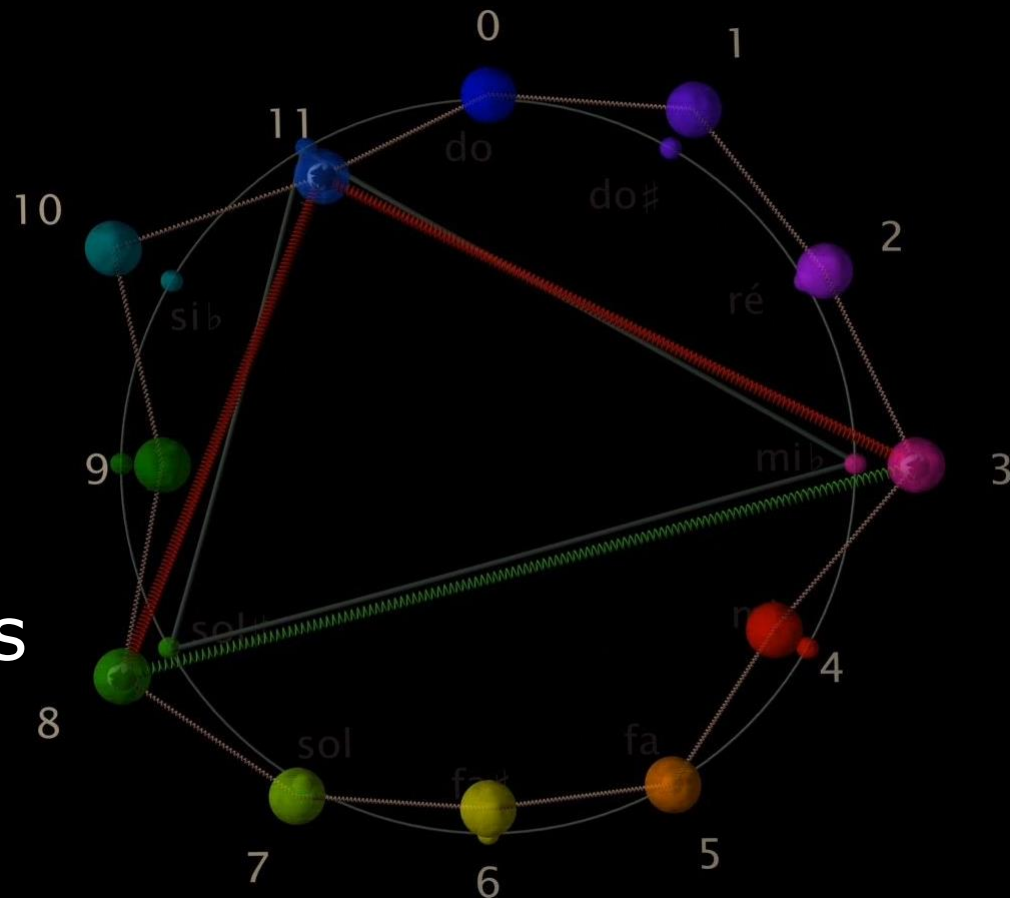


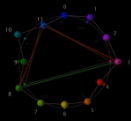
Indice I : $f(F_i/F_{ip})$

Fonction du ratio **Intervalle / Intervalle pur**

f bornée , et de la forme $a|100-100^{(L_i/L_{ip})}|$,

L_{ip} : valeur intervalle pur.





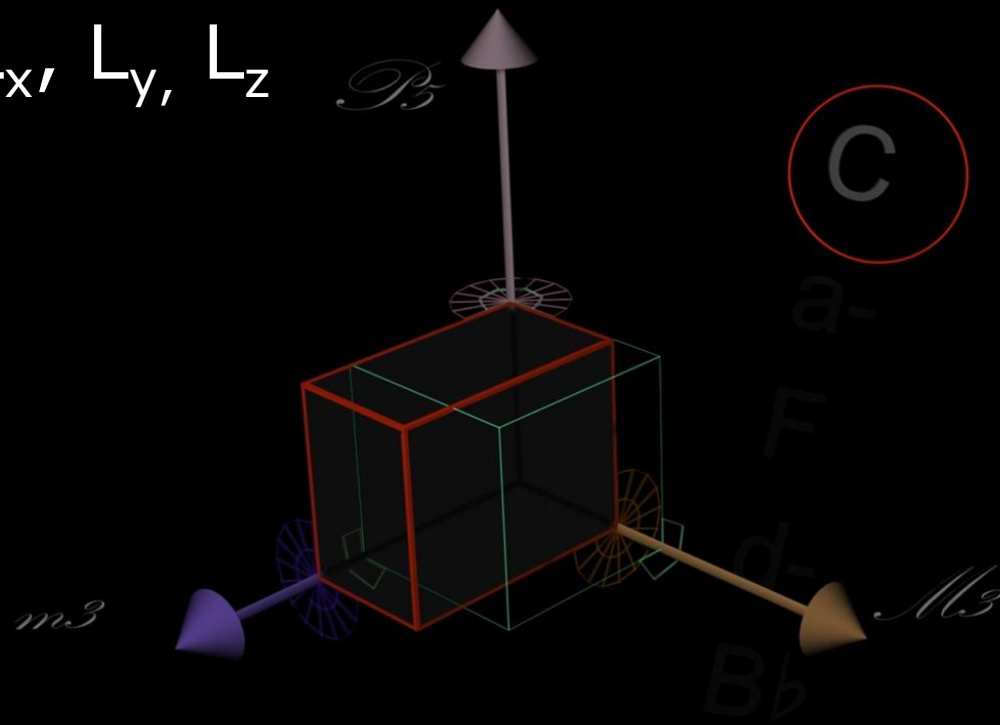
CONSTRUCTION 3D

- Un Cube de cotés L_x, L_y, L_z

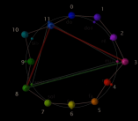
$$L_x = f(m_3/m_{3_p})$$

$$L_y = f(M_3/M_{3_p})$$

$$L_z = f(P_5/P_{5_p})$$



$m_{3_p} = 5/6, M_{3_p} = 5/4, P_{5_p} = 3/2$: valeurs des intervalles pures
 f de la forme $a + b^{m/mp}$



CONSTRUCTION 3D

- Un Cube de cotés L_x, L_y, L_z

$$L_x = f(m3/m3_p)$$

$$L_y = f(M3/M3_p)$$

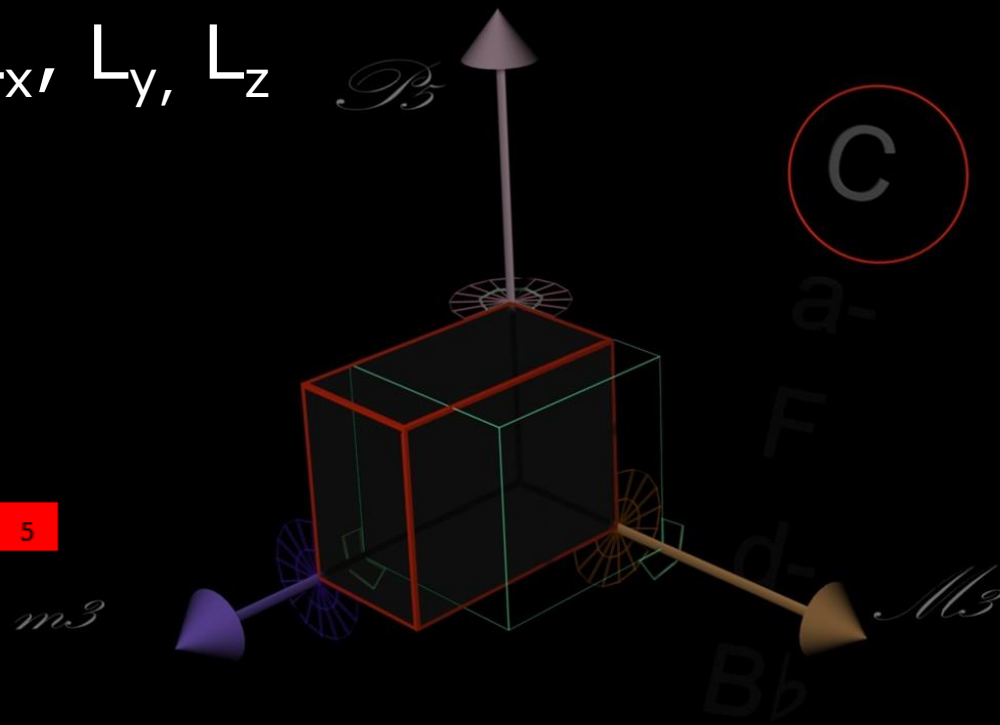
$$L_z = f(P5/P5_p)$$

- Couleur

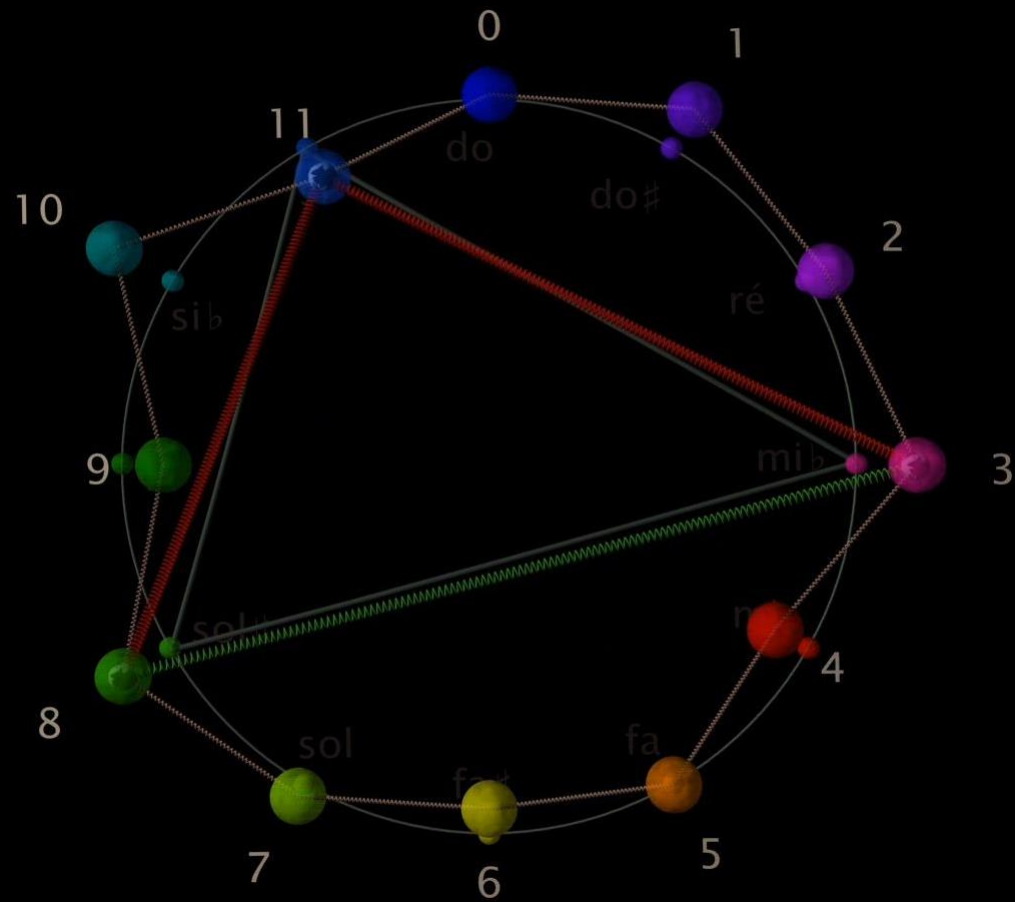


Indice I : $g(L_x, L_y, L_z)$

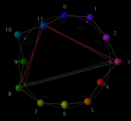
Fonction de la **déformation globale du cube**



$m3_p = 5/6, M3_p = 5/4, P5_p = 3/2$: valeurs des intervalles pures
 f de la forme $a + b^{m/mp}$
 g bornée , et de la forme $a(|L_x - L_{xp}| + |L_y - L_{yp}| + |L_z - L_{zp}|)_{/3}$



EXEMPLES CHOISIS



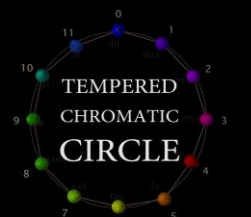
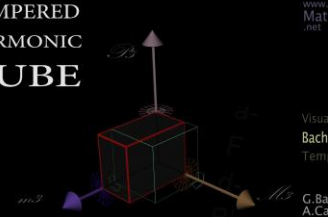
VIDEORAMA

 <p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED CHROMATIC CIRCLE</p> <p>Visualization of Equal Temperament</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>	<p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED HARMONIC CUBE</p>  <p>Visualization of Equal Temperament</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>
--	--

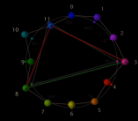
 <p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED CHROMATIC CIRCLE</p> <p>Visualization of Mesotonic Temperament</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>	<p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED HARMONIC CUBE</p>  <p>Visualization of Mesotonic Temperament</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>
---	--

 <p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED CHROMATIC CIRCLE</p> <p>Visualization of Zarlino System (Scale)</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>	<p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED HARMONIC CUBE</p>  <p>Visualization of Zarlino System (Scale)</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>
---	---

 <p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED CHROMATIC CIRCLE</p> <p>Visualization of Werckmeister III Temperament</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>	<p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED HARMONIC CUBE</p>  <p>Visualization of Werckmeister III Temperament</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>
--	---

 <p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED CHROMATIC CIRCLE</p> <p>Visualization of Bach / Kellner Temperament</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>	<p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED HARMONIC CUBE</p>  <p>Visualization of Bach / Kellner Temperament</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>
--	--

 <p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED CHROMATIC CIRCLE</p> <p>Visualization of Pythagorean Scale (System)</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>	<p>www.MatheMusic.net</p> <p>TEMPERED HARMONIC CUBE</p>  <p>Visualization of Pythagorean Scale (System)</p> <p>G.Baroin A.Calvet (c) 2015</p>
---	--



LES MODÈLES

TEMPERED
CHROMATIC
CIRCLE

TEMPERED
HARMONIC
CUBE

Vue Statique du Tempérament
Comparaison possible des
graphiques

Pas de déformation pour accords
voisins de même "couleur
harmonique"

Détail par intervalle

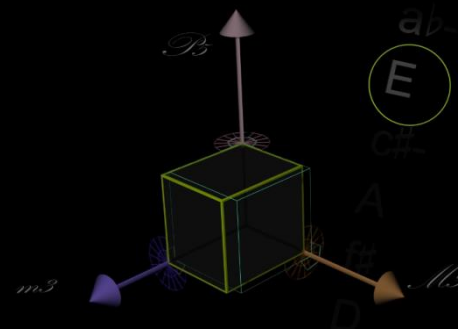
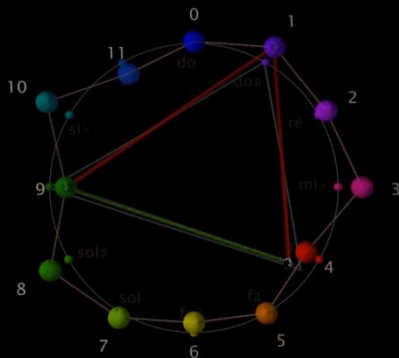
Aperçu global de la distorsion

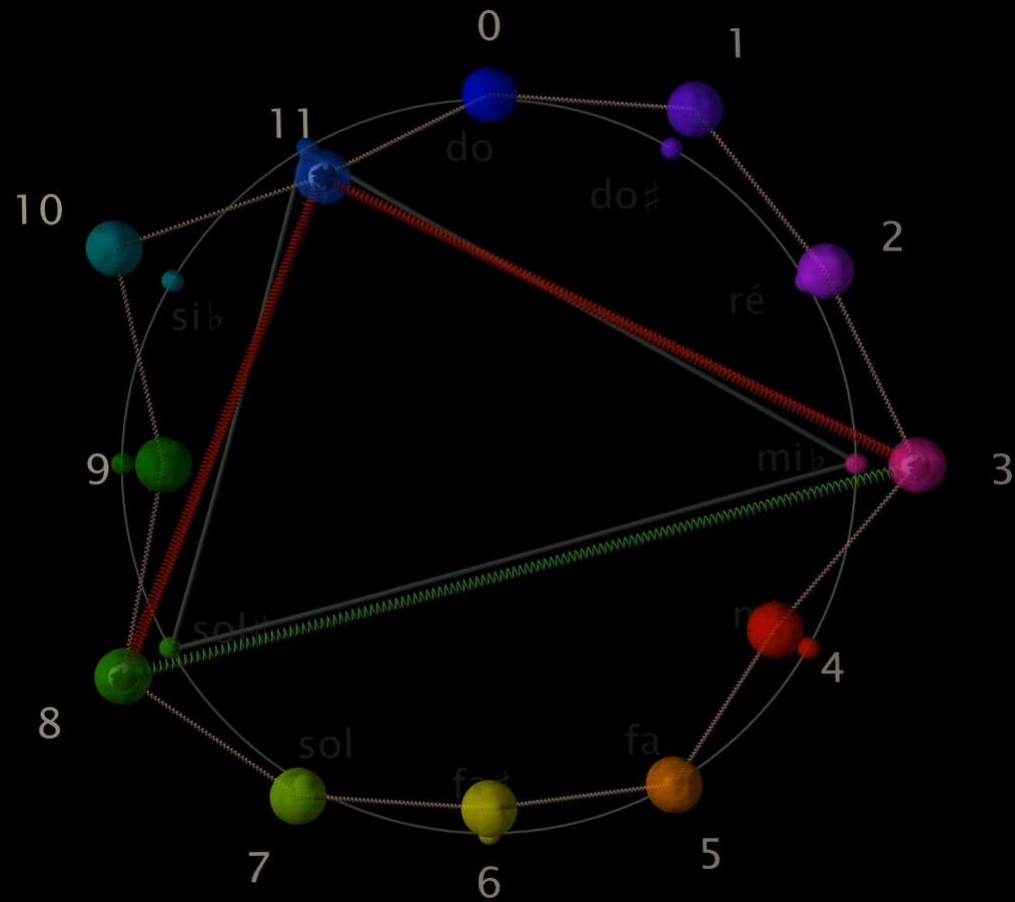
Fonctionne avec d'autres intervalles

Meilleure lisibilité de l'accord

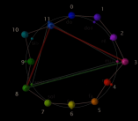
Suivi des voix et de la parcimonie

Limité à 3D





PERSPECTIVES

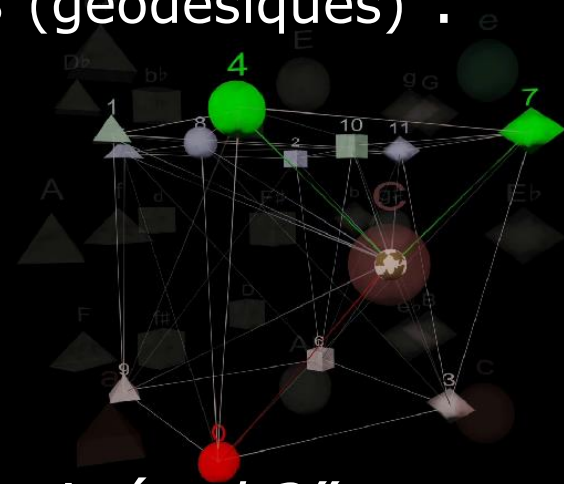


EVOLUTION

Quatre dimensions: Quaternions

Hypersphere Tempérée ? $f\left(Q_n\left(\frac{1}{\sqrt{3}}e^{i\frac{2n\pi}{3}}, \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\frac{2n\pi}{4}}\right)\right)?$

- Visualisation simultanée des cercles (géodésiques) : chromatique et quintes et + ...
- Reproduction de tout accord
- Déformation de l'Hypersphère
- Réponse à "Et si le tempérament est inégal ?"



avec $n \in (0, 1, \dots, 11)$, classe de hauteur dans la Set Theory.

Image non contractuelle



PERSPECTIVES

Outil de visualisation pédagogique

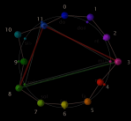
Apprentissage pour l'étudiant accordeur

Comparaisons à Pur, à l'accoutumance (TE)

Information / Education générale

Outil de Recherche

Voir dans d'autres systèmes (micro-intervalle, oriental, ...)



SOURCES

Gilles Baroin, Visualisation objets musicaux a l'aide de la théorie des graphes (PhD 2011)

André Calvet, Le clavier bien obtempéré, essai de tempéramentologie (en préparation)

Franck Jedrzejewski, Mathématiques des systèmes acoustiques (L'Harmattan 2002)

Pianoteq : Philippe Guillaume, Julien Pommier merci pour leur support.

Tempéraments et Visualisations

Une quadrature du cercle ?

Séminaire MaMuX

IRCAM , Centre Pompidou

Paris, 06 Fev 2016

Gilles Baroin *MatheMusic.Net*

Labo MAIAA LaboLLA Créatis (EA4152)

ENAC Université de Toulouse

André Calvet *AndreCalvet.com*

Auteur Accordeur Chercheur Indépendant

