



HAL
open science

Antennes à fente annulaire à excitation multisource

Frédéric Baudrand, Damienne Bajon, Bernard Souny, Henri Baudrand

► **To cite this version:**

Frédéric Baudrand, Damienne Bajon, Bernard Souny, Henri Baudrand. Antennes à fente annulaire à excitation multisource. *Annals of Telecommunications - annales des télécommunications*, 1997, 52 (3-4), pp 188-201. 10.1007/BF02996044 . hal-01068387

HAL Id: hal-01068387

<https://enac.hal.science/hal-01068387>

Submitted on 25 Sep 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Antennes à fente annulaire à excitation multisource

Frédéric BAUDRAND *
 Damienne BAJON **
 Bernard SOUNY ***
 Henri BAUDRAND *

Résumé

Cette analyse des antennes à fente annulaire dans des configurations multisources prend en compte l'extension spatiale des sources et des composants localisés passifs insérés dans la fente pour conformer le diagramme ou adapter les sources. La définition d'une source d'excitation de référence assure une coexistence cohérente des concepts des circuits classiques et de la modélisation électromagnétique tout en décrivant l'extension spatiale réelle des sources. L'extension spatiale réelle des éléments localisés est, elle, intégrée dans la formulation, sans que soit modifié le support des fonctions de représentation de l'équation intégrale, grâce à l'introduction d'un opérateur admittance de surface dès l'écriture des conditions aux limites. L'étude des configurations invariantes par rotation est généralisée.

Mots clés : Antenne hyperfréquence, Antenne imprimée, Antenne fente, Antenne active, Circuit paramètre localisé, Forme annulaire, Source excitation, Lentille radioélectrique, Equation intégrale, Méthode Galerkin.

sion of the sources. Owing to the introduction of a surface impedance operator in the boundary conditions, the integral formulation also describes the lumped elements whatever the domain of definition of the expansion functions is. The analysis of rotation invariant configurations is also carried out.

Key words : Microwave antenna, Printed antenna, Slot antenna, Active antenna, Lumped parameter circuit, Ring shape, Excitation source, Lens, Integral equation, Galerkin method.

Sommaire

- I. Introduction.
- II. Théorie.
- III. Résultats numériques.
- IV. Conclusion.

Annexe.

Bibliographie (24 réf.).

MULTISOURCES ACTIVES ANNULAR SLOT ANTENNA

Abstract

This analysis of multisources annular slot antennas includes the study of the influence of the real spatial extension of the excitation sources and of the lumped elements inserted in the slot to conform the radiation pattern or to perform the power matching of the sources. The definition of a reference excitation source insures a field formulation consistent with the electrical circuits definitions taking into account the real spatial exten-

I. INTRODUCTION

Le développement du concept d'antenne active contribue largement à maintenir un intérêt soutenu pour les antennes imprimées sur substrat diélectrique. En effet, la possibilité d'intégrer les fonctions électroniques au plus près de l'élément rayonnant assure miniaturisation et diminution des coûts. Les applications aéronautiques [1] par exemple recherchent les configurations les plus compactes possibles tout en maîtrisant le rayonnement arrière. Les applications submillimétriques

* ENSEEHT, 2, rue C. Camichel, F-31071 Toulouse Cedex, France.

** ENSAE, 10, avenue E. Belin, F-31055 Toulouse Cedex, France.

*** ENAC, 7, avenue E. Belin, F-31055 Toulouse Cedex, France.

[2, 4] quant à elles tirent grand profit de la technologie planaire particulièrement propice à la réalisation du couplage microondes et optique. Plus généralement, l'insertion des fonctions électroniques au plus près de l'élément rayonnant permet la maîtrise ou la synthèse du diagramme, la réalisation d'un balayage électronique ou l'intégration d'un traitement de signal adapté dans le cas d'une réception faible bruit.

Le plus souvent, la conception des antennes actives se fait en deux phases distinctes : l'élaboration de la fonction électronique, amplificateur [5, 6], mélangeur [2, 3], oscillateur [7] et la caractérisation de l'élément rayonnant, diagramme de rayonnement et impédance d'entrée. Ainsi, les publications consacrées aux conceptions d'antennes actives suivent de peu les travaux consacrés à la modélisation des éléments rayonnants élémentaires [8, 9].

Lors de la conception des fonctions électroniques, réalisées à partir d'éléments actifs définis à partir de la théorie des circuits de l'électronique classique, l'antenne est considérée comme une impédance de charge. Réciproquement, la conception des antennes assimile les fonctions électroniques à des sources excitatrices plus ou moins idéalisées [4, 9].

Si la modélisation des éléments rayonnants élémentaires, doublets [8, 9] ou fentes [8], est à maturité depuis plus d'une dizaine d'années, l'insertion des éléments actifs au sein même des éléments rayonnants pose du point de vue de la modélisation électromagnétique le problème de la traduction de leur comportement en terme de conditions aux limites à appliquer aux champs.

Dans le cadre des formulations intégrales, cette démarche est déjà bien développée dans le domaine des circuits planaires analysés par la technique des éléments de surface [10, 11]. Les champs étant décrits par des fonctions à support localisé, il résulte de l'insertion d'un composant localisé ou d'une source, une équation particulière associée à l'élément du maillage correspondant.

Dans cet article, toujours dans le cadre d'une formulation intégrale mais en utilisant, pour représenter les champs, des fonctions d'essai étendues, les composants localisés passifs sont pris en compte dès l'écriture des conditions aux limites par l'introduction d'un opérateur admittance de surface. De la même manière, l'extension spatiale réelle des sources est intégrée dans le calcul et son influence discutée.

Cette étude est consacrée à l'analyse d'une antenne à fente annulaire à excitation multisource. L'antenne à fente annulaire allie les potentialités de la symétrie de révolution aux avantages technologiques des antennes à fentes. Les configurations multisources permettent de commander les diagrammes de rayonnement et les composants localisés insérés dans la fente représentent soit l'impédance interne des sources réelles soit un dispositif d'adaptation de la source.

L'extension spatiale de la source et les concepts de tension-courant associés à la théorie des circuits conduisent dans une étape préliminaire à définir la source de courant électrique de référence utilisée dans le calcul électromagnétique.

L'antenne étant utilisée dans une configuration multi-source, l'élément rayonnant doit être considéré comme un multipôle. Une attention particulière est portée aux propriétés de ce multipôle lorsque la répartition des sources est invariante par rotation. L'étude de l'antenne se réduit en effet dans ce cas à celle des N états propres, N étant le nombre d'excitations.

Le calcul électromagnétique du champ électrique dans la fente d'où sont déduits les impédances présentées par l'antenne aux sources et les diagrammes de rayonnement est ensuite rapidement décrit. A partir d'un développement des champs exploitant la géométrie cylindrique de la structure, l'antenne est analysée comme une discontinuité uniaxiale [12, 13] et l'équation intégrale imposée par les conditions aux limites est résolue par la méthode de Galerkin.

Les résultats présentés portent successivement sur des configurations à une, deux et quatre sources. La première configuration sert à illustrer l'influence de l'extension spatiale de la source, la prise en compte de son impédance interne et l'introduction d'un court-circuit dans la fente.

La configuration à deux sources est celle d'une antenne à lentille substrat utilisée pour la détection millimétrique et submillimétrique dans laquelle l'extension spatiale de la source est spécifiée par la réalisation technologique. On étudie l'influence d'une cavité arrière sur les diagrammes de rayonnement.

Enfin la configuration à quatre sources décrit un exemple de synthèse de diagramme pour une antenne invariante par rotation. Les diagrammes de rayonnement et l'impédance vue par les sources sont présentés pour chacun des états propres.

II. THÉORIE

II.1. Analyse.

II.1.1. Description de la structure.

La géométrie de l'antenne est donnée sur la figure 1. La fente annulaire, de rayon moyen a et de largeur w , est contenue dans un plan métallique infini. Les espaces diélectriques supérieur ($z > 0$) et inférieur ($z < 0$) sont désignés respectivement par les milieux 1 et 2. Le premier milieu est toujours infini, alors que le second peut-être limité par une cavité de rayon r et de hauteur h . Dans la fente sont disposés des sources de courant électrique et des composants localisés.

La caractérisation de l'antenne repose sur le calcul électromagnétique du champ électrique dans la fente. De ce calcul sera déduit le diagramme de rayonnement. Du point de vue des sources, l'antenne doit être considérée comme un multipôle dont on cherchera la matrice impédance.

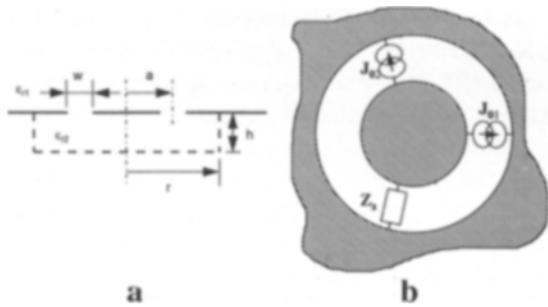


FIG. 1. — Géométrie de l'antenne à fente annulaire multisource incluant un élément localisé. a) vue latérale ; b) vue de dessus.

Geometry of a multisource annular slot antenna including a lumped element. a) side view ; b) top view.

II.1.2. Définition de la source de référence.

La source d'excitation d'un circuit planaire est une région D_0 , possédant *a priori* une extension spatiale non nulle, à laquelle on peut associer de façon univoque une tension V et un courant I lors de la représentation électrique du système. Ceci est obtenu en imposant aux champs dans cette région une configuration électrostatique. Enfin, dans le cas d'une source de courant, cette région s'appuie sur un tube de courant. Ces deux conditions conduisent à borner le domaine de la source par une alternance des murs électriques et magnétiques et à rechercher la forme analytique de la densité de courant sur cette région source. L'utilisation de la méthode de Galerkin amène à calculer le potentiel comme un produit scalaire entre le champ créé par la source de courant et la fonction décrivant la source de courant.

Le domaine de la source D_0 (Fig. 2a) est borné par une frontière composée de murs électriques, \bar{D}_1 et \bar{D}_3 , et de murs magnétiques, \bar{D}_2 et \bar{D}_4 . On recherche la fonction vectorielle $f_0(s)$, fonction de forme car elle dépend de la source, telle que :

— la densité de courant source dans le calcul électromagnétique s'écrit sous la forme :

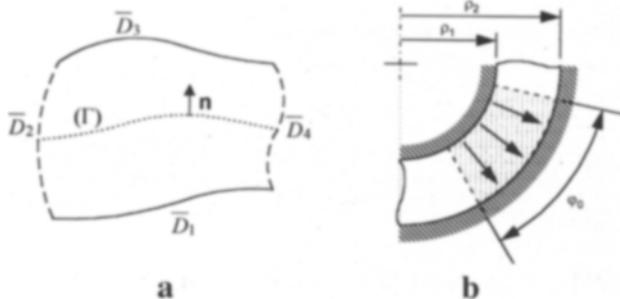


FIG. 2. — Domaine de la source de référence.

r_1, r_2 : rayons interne et externe de la fente annulaire ; φ_0 : angle d'ouverture ; — : mur électrique ; - - : mur magnétique. a) cas général ; b) cas de la fente annulaire.

Reference source domain.

r_1, r_2 : internal and external radii of the annular slot ; φ_0 : aperture angle ; — : electric wall ; - - : magnetic wall. a) general case ; b) case of annular slot.

$$(1) \quad J_0(s) = I_0 f_0(s),$$

où I est l'intensité du courant correspondant à $J(s)$, s la variable spatiale attachée au domaine de la source ;

— la fonction vectorielle $f_0(s)$ dérive d'un potentiel scalaire :

$$(2) \quad f_0(s) = -\text{grad}\varphi,$$

où φ est un potentiel scalaire vérifiant sur D_0 :

$$(3) \quad \begin{aligned} \Delta\varphi &= 0 && \text{sur } D_0, \\ \varphi &= cst && \text{sur } \bar{D}_1 \text{ et } \bar{D}_3, \\ \partial_n\varphi &= 0 && \text{sur } \bar{D}_2 \text{ et } \bar{D}_4. \end{aligned}$$

La définition du courant I

$$(4) \quad I_0 = \int_{\Gamma} J_0(s) n d\Gamma,$$

appliquée à l'équation (1) impose à la fonction $f_0(s)$ la condition :

$$(5) \quad \int_{\Gamma} f_0(s) n d\Gamma = 1,$$

où le contour Γ est normal au tube de courant (Fig. 2a). La différence de potentiel V_0 est définie par :

$$(6) \quad V_0 = \langle f_0 | E \rangle,$$

où E est le champ électrique résultant du calcul électromagnétique et l'expression entre crochets désigne le produit scalaire entre f_0 et E sur le domaine de la source dont la définition est rappelée dans l'annexe V.1.

Dans le cas de la géométrie annulaire, le domaine D_0 est un secteur d'ouverture angulaire φ_0 délimité par deux murs magnétiques et couvrant la largeur de la fente (Fig. 2b). L'expression de f_0 est donnée par :

$$(7) \quad f_0(\rho, \varphi) = \begin{bmatrix} f_{0,\rho}(\rho, \varphi) \\ f_{0,\varphi}(\rho, \varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \rho\varphi_0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Cependant, les sources réelles ne peuvent pas toujours être idéalisées par sources numériques dont le courant dérive d'un potentiel. Dans ce cas, on intercale un quadripôle de couplage entre la source numérique et l'antenne [14].

Deux cas particuliers d'extension du domaine de la source sont à noter :

— $\varphi_0 = 2\pi$: la source de référence représente alors le mode TEM du guide coaxial dont le domaine diélectrique est la fente ;

— $\varphi_0 = 0$: la source de référence est strictement représentable par une distribution de Dirac. Cette source conduit à une énergie localisée en toute rigueur infinie. Ce cas limite n'est pas acceptable et conduit à des expressions divergentes des parties imaginaires des impédances vues par la source. Cette divergence de la partie imaginaire des impédances est numériquement notable et sera illustrée ultérieurement.

On retiendra donc que, malgré l'attrait d'une apparence simplification liée aux propriétés de la distribu-

tion de Dirac, une source de courant d'extension spatiale strictement nulle ne peut être utilisée comme source de référence.

II.1.3. Antenne monosource.

Avec une seule source de référence, l'antenne se présente comme un doublet. La matrice impédance Z , réduite au scalaire Z_{11} coïncide avec l'impédance vue de la source Z_e :

$$(8) \quad Z_{11} = Z_e = \frac{V_0}{I_0} = \frac{\langle \mathbf{J}_0 | \mathbf{E} \rangle}{I_0^2}.$$

En effet, avec la source de référence, la puissance s'écrit :

$$(9) \quad P_0 = \frac{1}{2} V_0 I_0 = \frac{1}{2} \langle \mathbf{J}_0 | \mathbf{E} \rangle = \iint_{D_0} \frac{1}{2} \mathbf{J}_0 \mathbf{E} dS.$$

Comme il sera montré dans la section suivante, dans une formulation intégrale, la relation entre \mathbf{E} et \mathbf{J}_0 s'écrit :

$$(10) \quad \mathbf{E} = \hat{Y}_a^{-1} \mathbf{J}_0,$$

où \hat{Y}_a est un opérateur. En reportant (10) dans (8), on obtient :

$$(11) \quad Z_e = \frac{\langle \mathbf{J}_0 | \hat{Y}_a^{-1} \mathbf{J}_0 \rangle}{I_0^2}.$$

Le calcul de \mathbf{E} par la méthode de Galerkin assure à l'expression (11) un caractère variationnel [15, 16].

L'impédance de rayonnement Z_r est naturellement égale à Z_{11} et les différentes définitions d'impédance se confondent :

$$(12) \quad Z_r = Z_{11} = Z_{e1}.$$

II.1.4. Antenne multisource.

II.1.4.1. Cas général.

Lorsque l'antenne est excitée par N sources disposées sur les domaines D_k , elle se présente comme un N -pôle. Le terme général de la matrice impédance est :

$$(13) \quad Z_{ij} = \frac{V_i}{I_j} \Big|_{I_{j \neq i} = 0},$$

où V_i est la tension calculée sur le domaine D_i et due à la source de courant placée sur le domaine D_j .

La généralisation du résultat obtenu pour une seule source (11) conduit à :

$$(14) \quad Z_{ij} = \frac{\langle \mathbf{J}_i | \hat{Y}_a^{-1} \mathbf{J}_j \rangle}{I_i I_j}.$$

De plus, l'antenne étant réalisée à partir de matériaux réciproques :

$$(15) \quad Z_{ij} = Z_{ji}.$$

Par conséquent, les N^2 éléments définis par (14) se réduisent à $N(N + 1)/2$ éléments différents. Dans le cas où les sources sont identiques, les termes diagonaux de la matrice impédance sont égaux :

$$Z_{ii} = Z_{11},$$

et le nombre d'éléments de Z différents se réduit à $N(N - 1)/2 + 1$.

II.1.4.2. Cas particulier des antennes invariantes par rotation.

L'antenne excitée par N sources est invariante par rotation à deux conditions :

1) les sources sont identiques, c'est-à-dire de même ouverture angulaire,

2) l'angle $\Delta\varphi$ qui sépare deux sources adjacentes est égal à :

$$(16) \quad \Delta\varphi = 2\pi/N.$$

La disposition symétrique des accès-sources génère des symétries dans la matrice impédance. Son terme général devient :

$$(17) \quad \begin{cases} Z_{i,i+k[N]} = Z_{1,k+1} & \text{pour } k = 0, \dots, N, \\ Z_{i,j} = Z_{j,i}, \end{cases}$$

où $[N]$ signifie que la somme $i + k$ est évaluée modulo N .

On convient d'appeler excitation I , le vecteur qui contient les amplitudes I_k des sources de courant avec k l'indice de l'accès. Soit R la matrice qui réalise une permutation circulaire sur l'amplitude des sources et qui transforme l'excitation (I_1, I_2, \dots, I_N) en (I_2, I_3, \dots, I_1) . Son terme général est :

$$(18) \quad R_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } j = i + 1[n], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

L'application de R au vecteur d'excitation I se retrouve sur les tensions :

$$(19) \quad Z(RI) = RV = R(ZI).$$

Cette égalité étant vraie quel que soit I , alors :

$$(20) \quad ZR = RZ.$$

Cette relation exprime que les matrices R et Z sont semblables. Elles admettent donc la même base de vecteurs propres e_i . Les vecteurs propres de Z peuvent ainsi être obtenus à partir de la diagonalisation R .

R possède pour valeurs propres les racines énièmes de l'unité λ_k :

$$(21) \quad \lambda_k = \exp\left(\mathbf{jk} \frac{2\pi}{n}\right) \text{ avec } k = 0, \dots, n - 1.$$

Il est facile de montrer que les vecteurs propres e_k de R s'obtiennent par :

$$(22) \quad e_k = D^k e_0, \quad k = 1, \dots, n - 1,$$

où D est la matrice diagonale formée avec les valeurs propres λ_k et e_0 désigne l'excitation pour laquelle tous les courants sont identiques :

$$(23) \quad e_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}.$$

Finalement la matrice Z se diagonalise sous la forme :

$$(24) \quad Z = P^{-1} Z_e P,$$

où P est la matrice formée des vecteurs propres e_k :

$$(25) \quad P = (e_0, e_1, \dots, e_{n-1}),$$

Z_e est une matrice diagonale contenant les valeurs propres de Z .

Les vecteurs propres e_k représentent finalement les excitations propres pour lesquelles l'antenne présente à chacune des sources la même impédance Z_{ek} valeur propre de Z correspondante.

Les vecteurs d'excitation e_k définissent ainsi les états propres de fonctionnement de l'antenne. Dans ces cas particuliers de fonctionnement, l'impédance de rayonnement de l'antenne Z_r se confond avec Z_{ek} .

On notera que les excitations propres associées à des valeurs propres λ conjuguées de l'opérateur R donnent la même impédance vue de la source.

Finalement, l'étude se ramène à la considération successive des états propres puisqu'une excitation quelconque s'exprime comme une combinaison linéaire d'excitations propres.

Ainsi, au lieu de calculer directement les éléments de la matrice Z à partir de la définition (14), on peut les obtenir à partir du calcul des impédances que voient les sources.

En résumé, on retiendra que lorsque l'antenne est dans un état propre, les impédances vues par les sources Z_{ek} sont identiques et égales à l'impédance de rayonnement Z_r .

Cette analyse des propriétés liées à l'invariance par rotation de la structure peut simplifier la caractérisation des circuits planaires [17, 18].

II.2. Calcul électromagnétique.

On associe à la composante tangentielle du champ magnétique H définie sur une surface S orientable la densité de courant électrique J définie par :

$$(26) \quad J = H \wedge n,$$

n étant la normale sortante associée à S .

Par ailleurs, et de manière générale, sur une surface S , il existe toujours une relation liant E à J de la forme :

$$(27) \quad J = \hat{Y} E,$$

où \hat{Y} est un opérateur admittance.

II.2.1. Formulation.

II.2.1.1. Opérateur admittance de surface.

Les éléments localisés possèdent des dimensions négligeables devant la longueur d'onde mais ont néanmoins une extension spatiale D_s . Il est alors possible de modéliser leur influence par un opérateur admittance de surface \hat{Y}_s .

Soient E et J les composantes tangentielles du champ électromagnétique sur un domaine D . L'opérateur admittance de surface \hat{Y}_s impose une relation entre E et J sur le sous-domaine D_s de D (Fig. 3) donnée par :

$$(28) \quad \hat{Y}_s E = \begin{cases} Y_s E & \text{sur } D_s \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

La fonction Y_s est connue comme fonction de point sur D_s .

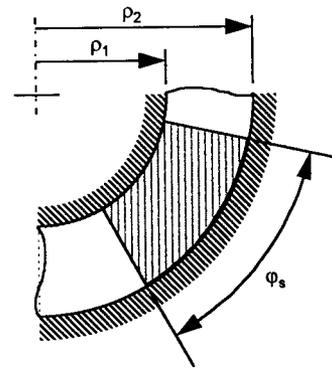


FIG. 3. — Domaine de l'admittance de surface.
 r_1, r_2 : rayons interne et externe de la fente annulaire ;
 ϕ_s : angle d'ouverture.

Surface admittance domain.
 r_1, r_2 : internal and external radii of the annular slot ;
 ϕ_s : aperture angle.

La relation entre Y_s dans la définition (28) et l'admittance réelle y_s introduit un facteur de forme. Soient V la tension aux bornes de cet élément et I le courant qui le traverse, alors :

$$(29) \quad I = y_s V.$$

Le calcul du courant et de la tension à partir des relations (4) et (6), en supposant que E et J varient peu dans D_s , conduit à :

$$(30) \quad Y_s = y_s \alpha,$$

où α est le facteur de forme lié à la géométrie :

$$(31) \quad \alpha = \frac{1}{\Delta\phi_s} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

II.2.1.2. Expression des conditions aux limites.

Les équations de continuité du champ électromagnétique à l'interface Σ de 2 milieux diélectriques notés 1 et 2, en présence d'une source de courant électrique de

densité J_0 définie sur un sous-domaine D_0 de Σ et en l'absence de sources de courant magnétiques, s'écrivent :

$$(32a) \quad E_1 = E_2 = E_\Sigma,$$

$$(32b) \quad J_1 + J_2 = J_\Sigma = \begin{cases} J_0 & \text{sur } D_0 \\ 0 & \text{ailleurs,} \end{cases}$$

où les indices 1, 2 et Σ désignent les grandeurs de part et d'autre de l'interface et sur l'interface.

Σ représentant le plan contenant la fente, soient D_0, D_M, D_I, D_S , les sous-domaines de Σ associés respectivement au métal, à l'isolant, aux sources et aux admittances localisées (Fig. 4), les conditions aux limites imposées par l'antenne s'écrivent :

$$(33a) \quad J_\Sigma = \begin{cases} 0 & \text{sur } D_1, \\ J_0 & \text{sur } D_0, \\ \hat{Y}_s E_\Sigma & \text{sur } D_S, \end{cases}$$

$$(33b) \quad E_\Sigma = 0 \quad \text{sur } D_M,$$

où, \hat{Y}_S est défini par (28).

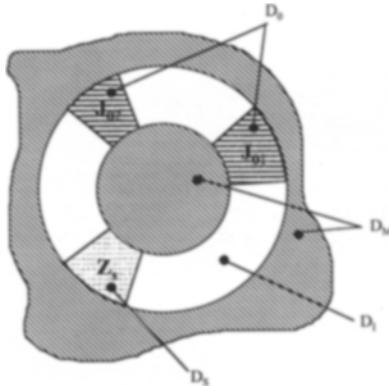


FIG. 4. — Définition des sous-domaines de D .
Definition of the sub-domains of D .

Par ailleurs sur Σ , d'après (27), les champs de part et d'autre de Σ dans (32) satisfont à :

$$(34) \quad J_i = \hat{Y}_i E_\Sigma \quad i = 1, 2,$$

où l'indice i se réfère aux deux demi-espaces inférieur et supérieur délimités par Σ . L'expression de ces opérateurs de fermeture \hat{Y}_i est explicitée dans une section suivante.

II.2.1.3. Calcul du champ dans la fente.

Dans le cas d'une antenne fente, il est naturel de choisir le champ électrique tangentiel E dans la fente comme inconnue du problème électromagnétique [1, 3, 4]. En effet, la fente est un domaine borné et hors de ce domaine, c'est-à-dire sur le plan métallique, E est nul. Déterminer J sur le métal nécessiterait la prise en compte de conditions supplémentaires au voisinage de l'infini.

On pose ainsi E_e :

$$(35) \quad E_e = E_\Sigma.$$

L'ensemble des conditions aux limites (33)-(34) est synthétisé par le schéma électrique opérationnel de la figure 5 [19, 20]. J_0 représente l'ensemble des sources d'excitation. La grandeur inconnue E_e est symbolisée par une source de tension virtuelle ajustable. Ceci traduit qu'elle ne fournit pas d'énergie à la différence de J_0 qui est une source réelle. En effet, quand la solution est atteinte, la première équation dans (33) est satisfaite : le courant qui la traverse est nul.

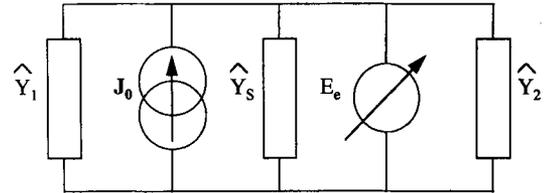


FIG. 5. — Schéma électrique fonctionnel.
Operational electrical network.

Soit E_0 (resp. J) la grandeur duale associée à la source réelle (resp. source virtuelle E_e). D'après la représentation électrique (Fig. 5) la relation entre les grandeurs J_0 et E_e et leurs duales s'écrit :

$$(36) \quad \begin{bmatrix} E_0 \\ J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & (\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2 + \hat{Y}_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_0 \\ E_e \end{bmatrix}.$$

L'annulation de J sur le sous-domaine de résolution donne l'équation fonctionnelle du problème [19, 20] :

$$(37) \quad (\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2 + \hat{Y}_s) |E_e\rangle = |J_0\rangle.$$

On trouve dans cette équation l'expression de l'opérateur \hat{Y}_a de la première partie (10).

II.2.2. Résolution numérique.

La résolution de l'équation (37) s'effectue par la méthode de Galerkin.

L'inconnue E_e est exprimée sur une base de fonctions de description :

$$(38) \quad |E_e\rangle = \sum_n x_n |g_n\rangle.$$

La représentation matricielle de (37) est alors de la forme :

$$(39) \quad AX = B,$$

X est le vecteur contenant les inconnues x_n , B les coefficients du développement de J_0 sur la base des fonctions g_n . Le terme général de A s'écrit :

$$(40) \quad A_{m,n} = \langle g_m | (\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2 + \hat{Y}_s) | g_n \rangle.$$

II.2.2.1. *Choix des fonctions de description.*

Les fonctions de description peuvent être du type étendu [4, 8] ou non [1, 8, 21, 23]. Les fonctions de description retenues ici sont de type étendu. En effet, ce choix conduit généralement [3] à des dimensions inférieures pour le système matriciel (39). De plus, dans la formulation développée précédemment, le choix du domaine de définition des fonctions de description n'est pas lié à la présence d'éléments localisés dans la fente, ni à leur dimension.

La largeur de la fente w est choisie de sorte à être négligeable vis-à-vis de la longueur d'onde de la fréquence la plus élevée. Le champ électrique dans la fente reste alors radial [1, 3, 4].

Leur expression analytique est donnée par :

$$(41a) \quad g_n(\rho, \varphi) = R(\rho)\Phi(\varphi),$$

avec :

$$(41b) \quad \begin{cases} R(\rho) = C \frac{\Pi(\rho)}{\rho}, \\ \Phi_n(\varphi) = \frac{e^{jn2\pi\varphi}}{\sqrt{2\pi}}, \end{cases}$$

où

$$(41c) \quad \Pi(\rho) = \begin{cases} 1 & \text{si } r - w/2 \leq \rho \leq r + w/2, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

La fonction $R(\rho)$ a une variation analogue à celles du mode TEM d'un guide sectoriel et la constante C est choisie de sorte à ce que la norme d'une fonction d'essai soit égale à l'unité. Ce choix limite l'étude à la valeur moyenne du champ électrique le long d'un rayon.

La symétrie de révolution de la fente et les expressions analytiques des opérateurs Y conduisent au choix naturel de la base normée des fonctions du développement en série de Fourier $\Phi_n(\varphi)$. Choisir N fonctions de description revient à fixer le rang du plus grand harmonique azimutal à prendre en considération.

II.2.2.2. *Représentation des opérateurs admittance de fermeture.*

L'antenne à fente annulaire peut être vue comme discontinuité uniaxiale séparant deux demi-espaces homogènes invariants par translation. Par conséquent, on dispose d'un développement spectral pour les opérateurs d'admittance (34), la direction d'invariance est la direction des propagations des modes. Dans le cas où l'antenne présente une cavité, celle-ci peut être interprétée comme un guide circulaire terminé par un plan métallique de court-circuit à une distance h de la fente, la représentation de l'opérateur admittance est donnée par :

$$(42a) \quad \hat{Y} = \sum_k |f(k)\rangle Y(k) \langle f(k)|,$$

où $Y(k)$ représente l'admittance du mode TE ou TM de constante de coupure k et où $f(k)$ est donnée dans l'annexe 2. Il y a une infinité dénombrable de modes.

L'indice de sommation k représente directement l'ensemble des constantes de coupure des modes.

Lorsque l'espace est infini, les constantes de coupure appartiennent à un continuum et la notion de densité de modes se substitue à celle de modes. L'opérateur \hat{Y} s'écrit comme d'une somme continue :

$$(42b) \quad \hat{Y} = \int_0^\infty |f(k)\rangle Y(k) \langle f(k)| k dk.$$

Les fonctions $f(k)$ dont l'expression analytique est donnée dans l'annexe 3 peuvent être interprétées comme les modes d'un guide circulaire dont on ferait tendre le rayon vers l'infini.

Le tableau I donne l'expression des admittances de modes $Y(k)$ selon que dans la direction de propagation des modes il y a ou non un court-circuit :

TABLE I. — Expressions des admittances de modes utilisées dans (42).
Expressions of the mode admittances used in (42).

	modes TE	modes TM
guide infini	$-jY_r \frac{\gamma}{k_0}$	$jY_r \frac{k_r}{\gamma}$
guide terminé par un court-circuit à la distance h	$-jY_r \frac{\gamma}{k_r} \frac{1}{\text{th}(\gamma h)}$	$jY_r \frac{k_r}{\gamma} \frac{1}{\text{th}(\gamma h)}$

si Y_i est l'admittance du milieu :

$$(43) \quad Y_r = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\mu_0}}$$

γ l'exposant linéique de propagation d'un mode :

$$(44) \quad \gamma^2 = k^2 - k_r^2,$$

avec

$$(45) \quad k_r^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r,$$

et k constante de coupure du mode.

En reportant la représentation spectrale de l'opérateur admittance (42) dans la représentation matricielle (40) apparaissent les produits scalaires

$$(46) \quad \langle g_k | f_n \rangle$$

entre les fonctions de description g_n et les modes f_n . Dans le cas de l'opérateur (42b), le choix précédent de fonctions de description conduit aux expressions analytiques des produits scalaires données dans l'annexe 4.

II.2.2.3. *Convergence.*

La convergence est recherchée pour le calcul des impédances vues par les sources (11) qui sont des grandeurs variationnelles évaluées à partir du champ dans la fente. Elle dépend du nombre de fonctions de description (38) et du nombre de modes utilisés pour la description des opérateurs admittances (42).

Le nombre de fonctions de description nécessaire à la convergence est lié aux dimensions de la source et des éléments localisés présents dans la fente. Il est donné par :

$$(47) \quad NE = 2\pi/\varphi_{\min},$$

où φ_{\min} est la plus petite des ouvertures angulaires des sous-domaines de la fente (Fig. 4).

La notion de *nombre de modes* doit être étendue pour discuter la qualité de la représentation numérique, l'opérateur continu (42b). Le terme général (40) de A contient une intégrale indéfinie représentant la contribution des modes continus. Cette intégrale n'est pas analytique et fixer la valeur de sa borne supérieure est équivalent pour le cas continu à fixer un nombre de modes.

La détermination de cette borne s'appuie sur l'examen de la variation des produits scalaires (46) en fonction de k . Celle-ci est de la forme $\sin(x)/x$. La pratique montre qu'on obtient une bonne stabilité numérique en limitant l'intégration à la valeur de k correspondant au premier lobe du sinus cardinal.

Cette même remarque s'applique dans le cas discret et permet de déterminer le nombre de modes nécessaire à l'évaluation numérique de (42a).

II.2.3. Calcul du champ lointain.

Le diagramme de rayonnement en champ lointain peut s'obtenir à partir de la transformation de Hankel du champ dans l'ouverture [13], qui dans le cas de la fente annulaire est le champ électrique tangentiel.

Les expressions du champ lointain sont données par :

$$(48) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_{\theta}(R, \theta, \varphi) = k \frac{e^{-jkR}}{R} \cdot \sum_{-\infty}^{\infty} e_n j^n e^{jn\varphi} \int_{a-\frac{w}{2}}^{a+\frac{w}{2}} J'_n(k\rho \sin \theta) \rho d\rho \\ E_{\varphi}(R, \theta, \varphi) = k \frac{e^{-jkR}}{R} \cos \theta \sum_{-\infty}^{\infty} e_n j^n e^{jn\varphi} \int_{a-\frac{w}{2}}^{a+\frac{w}{2}} \frac{n}{k\rho \sin \theta} J_n(k\rho \sin \theta) \rho d\rho \end{array} \right.$$

où $k = k_r$ donné par (45).

III. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

III.1. Antenne monosource.

Extension spatiale de la source.

La figure 6 illustre tout d'abord le comportement des parties réelle et imaginaire de l'impédance vue par la source en fonction du nombre N d'harmoniques d'es-

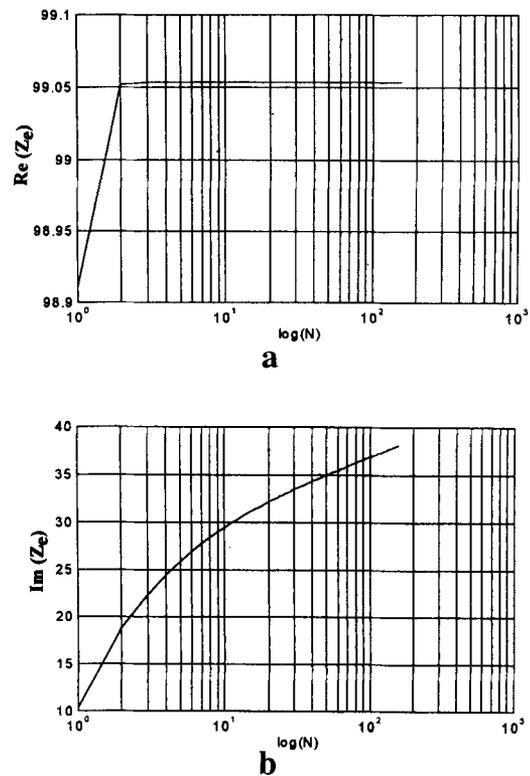


FIG. 6. — Evolution de l'impédance d'entrée d'une antenne excitée par une source d'extension spatiale nulle en fonction du logarithme du nombre de fonctions d'essai.

(a) : la partie réelle converge ; (b) : la partie imaginaire diverge. $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1$; $a = 410 \mu\text{m}$; $w = 40 \mu\text{m}$; $\Delta\varphi = 0^\circ$; $f = 124 \text{ GHz}$.

Evolution of the input impedance of an antenna excited by a source of null spacial extension versus the logarithm of the number of trial functions.

(a) : the real part converges ; the imaginary part diverges.

pace (41) quand celle-ci a une extension spatiale nulle. Si la convergence de la partie réelle est obtenue avec très peu de fonctions de description [8], la partie imaginaire diverge approximativement suivant le logarithme de N . Cette divergence de la partie imaginaire est à relier au fait qu'en imposant à la source une extension nulle on impose indirectement à l'énergie réactive d'être infinie.

Sur la figure 7, la source de courant électrique a une ouverture angulaire de 10° et 36 fonctions de description sont utilisées pour le calcul des parties réelle et imaginaire de l'impédance de rayonnement Z_{r1} sur la bande 40 et 240 GHz. La fente annulaire possède un rayon moyen de $410 \mu\text{m}$ et une largeur de $40 \mu\text{m}$. Les permittivités des espaces supérieur et inférieur sont identiques et égales à l'unité.

Influence de l'impédance d'entrée de la source de courant d'excitation I .

La structure restant identique, la source présente une impédance interne Z_{in} de 250Ω . Le calcul de l'impédance de rayonnement peut être abordé par deux approches différentes.

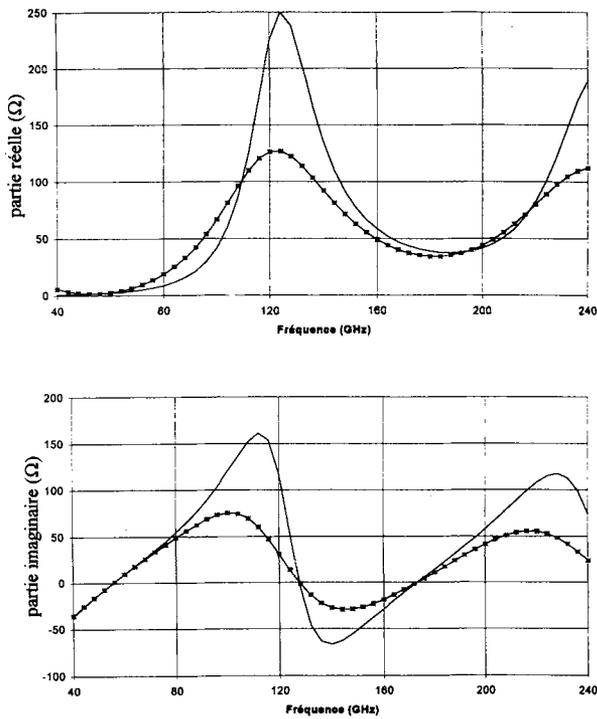


FIG. 7. — Impédance de rayonnement d'une antenne fente monosource.

(—) source idéale ; (+) source réelle avec impédance interne de 250 Ω ; (x) source idéale et impédance localisée de 250 Ω dans le domaine de la source. $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1$; $a = 410 \mu\text{m}$; $w = 40 \mu\text{m}$; $\Delta\phi = 10^\circ$.

Radiation impedance of a monosource slot antenna.

(—) ideal source ; (+) real source with internal impedance of 250 Ω ; (x) ideal source and lumped impedance of 250 Ω in the source domain.

Soit l'impédance localisée Z_{in} fait partie de l'antenne; elle est alors décrite dans le calcul électromagnétique par l'opérateur admittance de surface (28) introduit dans le domaine de la source. Soit, on considère le dipôle équivalent à l'antenne excitée par la source idéale sans impédance interne. Dans ce cas, l'impédance de rayonnement s'obtient par la mise en parallèle de Z_{r1} et Z_{in} .

La coïncidence des courbes de la figure 7 montre que les deux approches sont équivalentes et valide le principe de l'opérateur admittance de surface.

Introduction d'un élément localisé.

Lorsque l'impédance de surface n'est pas localisée dans le domaine de la source, seule la première approche s'applique sans modification. Grâce à l'opérateur admittance de surface, l'antenne vue de la source reste équivalente à un dipôle quelle que soit la position de l'élément localisé.

Par contre, avec la deuxième approche, l'antenne est équivalente à un quadripôle dont les accès sont définis respectivement par la source et l'élément localisé [4]. L'impédance vue de la source s'obtient en chargeant le quadripôle par l'élément localisé.

L'introduction d'un court-circuit peut permettre dans certains cas de diminuer le nombre de sources, d'élargir la bande passante ou de conformer le diagramme [1, 4]. Le court-circuit ne constitue qu'un cas particulier d'élément localisé disposé dans la fente, d'impédance numériquement très faible.

Les résultats de la figure 8 montrent un bon accord avec les résultats expérimentaux publiés dans [1] où les fonctions de représentation sont des fonctions définies par morceaux. Ce choix de fonctions non définies sur le domaine entier nécessite une équation supplémentaire pour décrire le court-circuit. Il faut imposer une amplitude nulle à la fonction associée à la position du court-circuit.

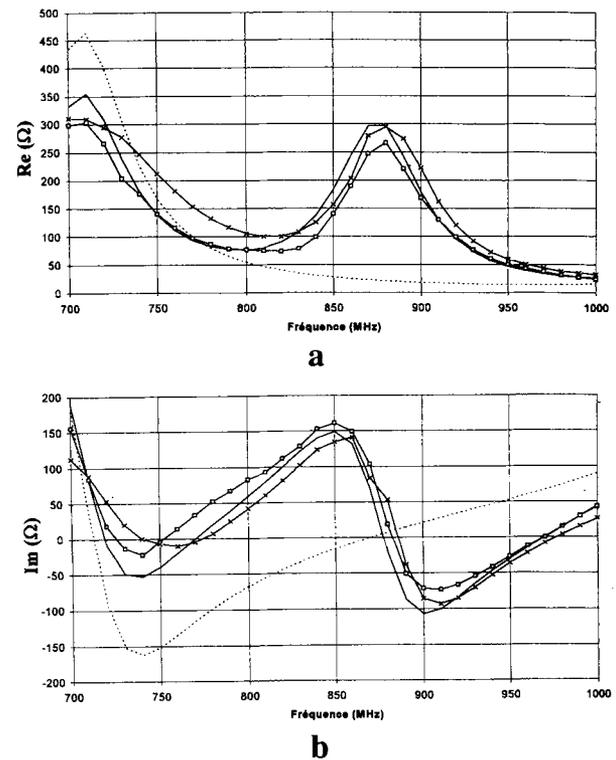


FIG. 8. — Impédance de rayonnement d'une antenne fente monosource avec cavité arrière et court-circuit à 60°.

(...) sans court-circuit ; (—) avec cette théorie. $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1$; $a = 7,7 \text{ cm}$; $w = 1 \text{ cm}$; $r = 12,35 \text{ cm}$; $h = 3 \text{ cm}$; $\Delta\phi = 0$.

Radiation impedance of a cavity-backed monosource slot antenna with a shorted point at 60°.

(—) without shorted point ; (+) this theory ; (□) [1] measure ; (x) [1] theory.

III.2. Excitation par deux sources.

On s'intéresse à une antenne fonctionnant dans la bande de fréquence submillimétrique intégrant directement dans la fente les diodes d'un mélangeur symétrique [24]. Les dimensions de la fente sont celles données précédemment. Le report des diodes se fait avec des lignes microbandes de 100 μm de largeur. L'antenne est donc analysée en considérant deux sources diamétralement opposées et en opposition de phase, dont l'ouverture angulaire est de 14° (Fig. 9).

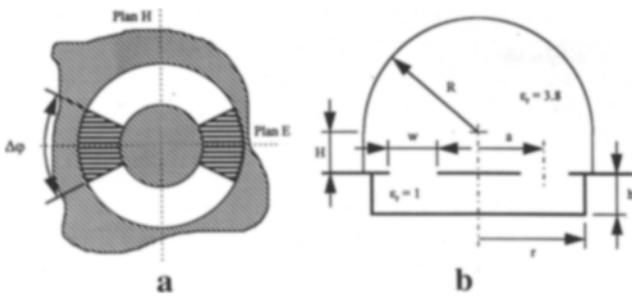


FIG. 9. — Géométrie de l'antenne avec lentille diélectrique.

(a) : vue de dessus ; (b) : vue latérale.

$a = 410 \mu\text{m}$; $w = 40 \mu\text{m}$; $r = 500 \mu\text{m}$; $h = 100 \mu\text{m}$; $H = 13 \text{ mm}$; $R = 25 \text{ mm}$; $\Delta\phi = 14^\circ$.

Antenna structure with dielectrical lens.

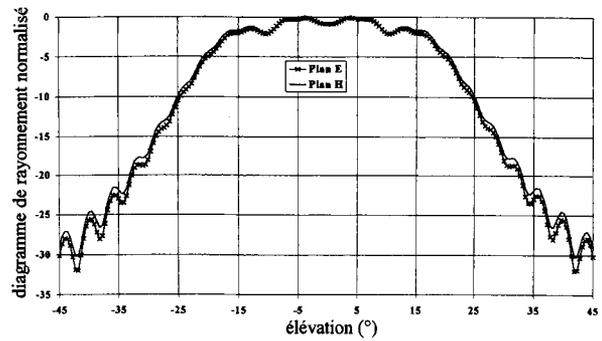
(a) : top view ; (b) : side view.

L'ensemble mélangeur et fente est surmonté d'une lentille diélectrique focalisante de permittivité relative 3,8. La partie inférieure est refermée par une cavité de hauteur 100 mm et un rayon interne de 500 mm visant à limiter le rayonnement arrière.

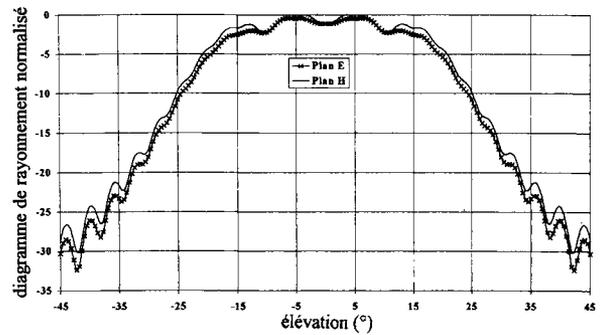
La lentille est supposée de taille très grande vis-à-vis du rayon moyen de la fente et la détermination du champ de la fente s'effectue en supposant l'espace diélectrique supérieur homogène.

Le calcul des diagrammes se fait par une méthode optique qui prend en compte le contour de la lentille [24].

La figure 10 montre des diagrammes normés dans les plans *E* et *H* pour une fréquence de 110 GHz avec et sans cavité arrière. On constate que l'ouverture du faisceau reste quasiment identique dans ces deux plans lorsque l'on rajoute la cavité.



a



b

FIG. 10. — Diagramme de rayonnement normé d'une antenne fente avec lentille excitée par deux sources diamétralement opposées et en opposition de phase.

(a) sans cavité ; (b) avec cavité. $\epsilon_{r1} = 3,8$; $\epsilon_{r2} = 1$; $a = 410 \mu\text{m}$; $w = 40 \mu\text{m}$; $r = 500 \mu\text{m}$; $h = 100 \mu\text{m}$; $\Delta\phi = 14^\circ$.

Radiation impedance of a slot antenna excited by diametrically opposite and out of phase sources. (a) without cavity ; (b) with cavity.

TABLE II. — Caractéristiques des états d'excitation propres.

Characteristics of the eigen excitations.

excitation	valeurs propres de R	amplitude des sources	valeurs propres de Z
e_0	1	(1 ; 1 ; 1 ; 1)	$Z_{11} + 2Z_{12} + Z_{13}$
e_1	j	(1 ; j ; -1 ; - j)	$Z_{11} - Z_{13}$
e_2	-1	(1 ; -1 ; 1 ; -1)	$Z_{11} - 2Z_{12} + Z_{13}$
e_3	- j	(1 ; - j ; -1 ; j)	$Z_{11} - Z_{13}$

III.3. Excitation par quatre sources.

L'antenne considérée est invariante par rotation : l'excitation est réalisée au moyen de 4 sources identiques de courant, espacées de 90° et d'ouverture angulaire de 10° (Fig. 11).

Le tableau II précise les valeurs propres de la matrice de rotation *R* définie par (18), les excitations et les impédances de rayonnement associées aux états propres.

Les états propres e_1 et e_3 sont associés à la même valeur propre de *Z*, ainsi l'étude se limite aux trois premiers états propres e_0 , e_1 et e_2 .

L'évolution de l'impédance de rayonnement en fonction de la fréquence pour ces trois états propres est représentée sur la figure 12.

La fente annulaire a un rayon moyen *r* de 7,7 cm et une largeur *w* de 1 cm. La permittivité relative des espaces supérieur et inférieur est respectivement $\epsilon_r = 4$ et $\epsilon_r = 1$. Le demi-espace inférieur est soit l'espace libre soit une cavité de hauteur 3 cm et de rayon moyen

12,35 cm. La gamme de fréquence s'étend de 200 à 2 000 MHz. Les états propres e_0 et e_2 possèdent chacun une fréquence de résonance particulière alors que l'état e_1 qui est dégénéré possède lui deux fréquences de résonance dans la bande.

En première approximation, ces fréquences de résonance peuvent être estimées à partir de la notion de permittivité effective. La résonance se produit lorsque le déphasage de l'onde entre deux sources adjacentes est égal au déphasage entre les sources à 2π près.

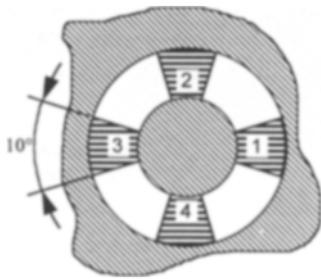


FIG. 11. — Antenne à quatre sources.
 $a = 7.7 \text{ cm}$; $w = 1 \text{ cm}$; $r = 12.35 \text{ cm}$; $h = 3 \text{ cm}$; $\Delta\phi = 10^\circ$.

Antenna with four sources.

Le tableau III donne les fréquences de résonances de la fente pour chaque excitation propre : où m est un entier et f_0 est défini par :

$$f_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{eff}} 2\pi a},$$

où a est le rayon moyen de la fente.

En adoptant pour ϵ_{eff} l'expression :

$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}{2},$$

l'écart entre les valeurs obtenues sur la figure 12 et celles obtenues par cette approximation est de l'ordre de 10 % ; cet écart justifie le calcul rigoureux.

TABL. III. — Estimation des fréquences de résonance de la fente pour chaque excitation propre.

Estimation of the resonance frequencies of the slot for the excitation eigenvectors.

excitation	fréquences de résonance
e_0	$4 m f_0$
e_1	$(1 + 4 m) f_0$ $(3 + 4 m) f_0$
e_2	$(2 + 4 m) f_0$

Influence d'une cavité arrière.

Dans des conditions d'excitation semblables, la figure 13 illustre l'influence de la cavité. D'une part, les fréquences de résonance des états propres sont décalées vers le haut de la gamme et d'autre part, la cavité introduit des résonances qui lui sont propres. Ces résonances, plus sélectives que celles de la fente, se produisent à des fréquences différentes suivant les excitations. Ici encore, il est possible de les prévoir approximativement, en calculant la fréquence de résonance d'une cavité cylindrique dont le mode de résonance a la configuration de champ la plus proche de celle imposée par les sources dans la fente. Le tableau IV précise le mode de résonance de la cavité et la fréquence associée pour les excitations e_0 , e_1 et e_2 . Les dimensions de cette cavité sont telles que les premières fréquences de résonance sont indépendantes de la hauteur de la cavité [15].

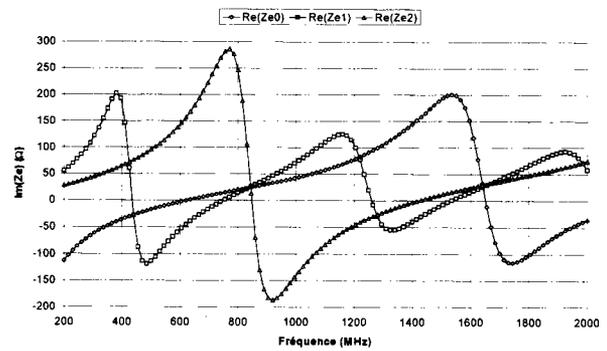
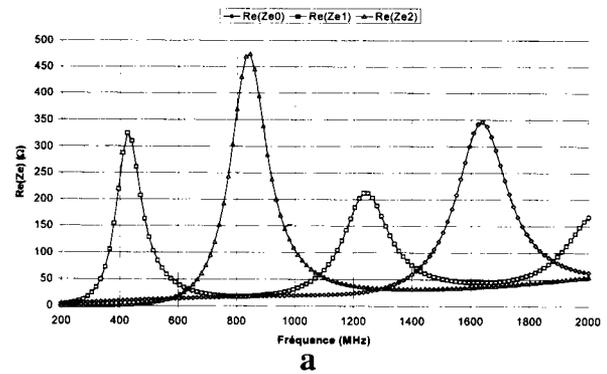


FIG. 12. — Impédance de rayonnement d'une antenne fente à 4 sources.
 excitations : $e_0 = (1, 1, 1, 1)$; $e_1 = (1, j, -1, -j)$; $e_2 = (1, -1, 1, -1)$. $\epsilon_{r1} = 4$; $\epsilon_{r2} = 1$; $a = 410 \mu\text{m}$; $w = 40 \mu\text{m}$; $\Delta\phi = 10^\circ$.

Radiation impedance of a four sources slot antenna.

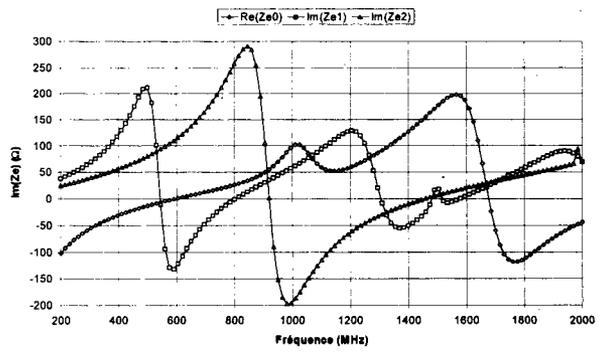
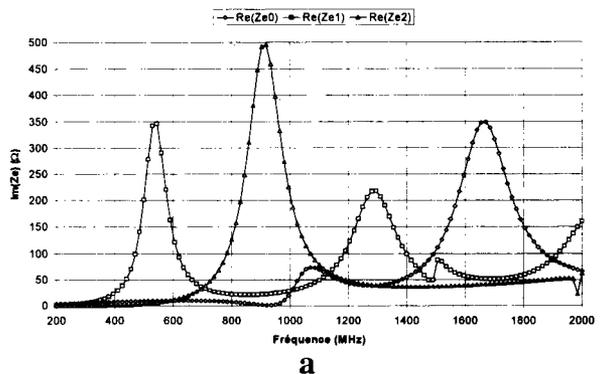


FIG. 13. — Impédance de rayonnement d'une antenne à 4 sources avec cavité arrière.
 excitations : $e_0 = (1, 1, 1, 1)$; $e_1 = (1, j, -1, -j)$; $e_2 = (1, -1, 1, -1)$. $\epsilon_{r1} = 4$; $\epsilon_{r2} = 1$; $a = 410 \mu\text{m}$; $w = 40 \mu\text{m}$; $r = 500 \mu\text{m}$; $h = 100 \mu\text{m}$; $\Delta\phi = 10^\circ$.

Radiation impedance of a cavity-backed 4 sources slot antenna.

Pour l'excitation e_0 , la figure 13 montre que le couplage du champ dans la fente et du mode TM_{010} est suffisant pour annuler la partie réelle de l'impédance de rayonnement. Par contre le champ créé dans la fente par les excitations e_1 et e_2 est faiblement couplé au mode de résonance de la cavité dans la bande de fréquence considérée.

Sur la figure 14 enfin, nous reportons les diagrammes de rayonnement à 425 MHz de l'antenne excitée successivement dans les trois états propres e_0 , e_1 et e_2 . Alors que cette fréquence correspond à la fréquence de résonance de l'état e_2 , seul le diagramme de rayonnement correspondant présente un maximum de rayonnement de l'ordre de 5 dBi dans la direction perpendiculaire au plan de l'antenne. Par contre, cette direction est une direction aveugle à cette fréquence pour les deux autres excitations. De plus, seul le diagramme de rayonnement de e_2 reproduit la périodicité de la répartition des sources.

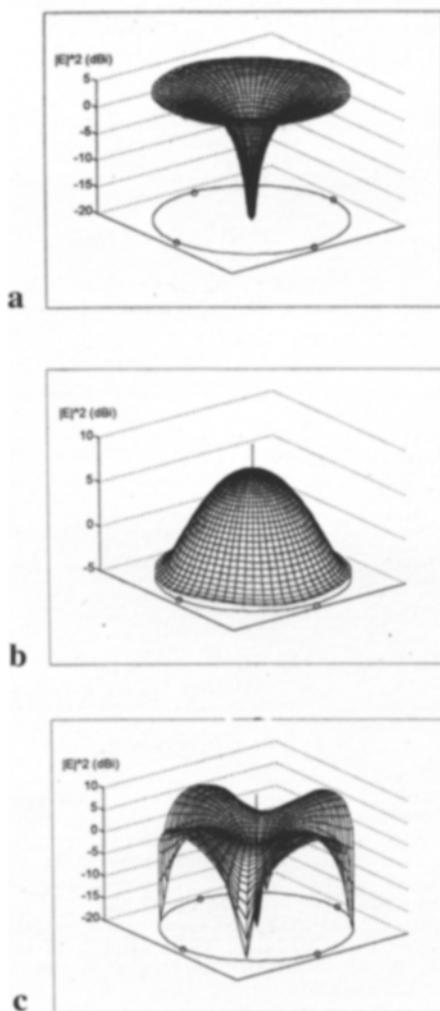


FIG. 14. — Diagrammes de rayonnement à 425 MHz pour les trois premières excitations propres.

(a) : e_0 ; (b) : e_1 ; (c) : e_2 .

$\epsilon_{r1} = 4$; $\epsilon_{r2} = 1$; $a = 410 \mu\text{m}$; $w = 40 \mu\text{m}$; $\Delta\phi = 10^\circ$.

Radiation pattern of the three excitation eigenvectors at 425 MHz.

TABL. IV. — Modes de la cavité cylindrique se couplant aux états propres.

Coupling between the cavity modes and the excitation eigenvectors.

excitation	mode de la cavité	fréquence de résonance théorique de la cavité (MHz)
e_0	TM_{010}	930
e_1	TM_{110}	1480
e_2	TM_{210}	1990

IV. CONCLUSION

L'analyse d'une antenne à fente annulaire dans une configuration multisources a été conduite dans le cadre d'une formulation intégrale. La définition d'une source de référence rend compatibles les concepts classiques des circuits et ceux de l'électromagnétisme. De plus, elle permet de prendre en compte l'extension spatiale d'une source réelle. L'idéalisation mathématique qui utilise des distributions de Dirac comme sources conduit, avec la méthode de Galerkin, à des résultats non exploitables sur la partie imaginaire de l'impédance vue par les sources.

Des composants passifs localisés peuvent être placés dans la fente, afin d'adapter les sources ou de conformer les diagrammes. La démarche qui consiste à modéliser ces composants par un opérateur admittance de surface a été validée. Cet opérateur est lié à l'admittance réelle des composants et met en évidence un facteur d'échelle.

L'étude des antennes à fente multisources invariantes par rotation a mis en évidence une base d'excitations propres sur laquelle toute excitation quelconque est décomposable. Pour ces excitations propres, les impédances vues des sources, qui correspondent à l'impédance de rayonnement, possèdent des fréquences de résonances différentes. Par cette méthode il semble possible de synthétiser des diagrammes de rayonnement. Enfin, cette approche met clairement en évidence le comportement sélectif d'une cavité disposée à l'arrière de la fente en fonction de la fréquence et de l'excitation.

ANNEXE

A.1. Définition du produit scalaire.

Soit f_1 et f_2 deux fonctions appartenant à un espace de Hilbert :

$$(A1) \quad f_i(\rho, \varphi) = \begin{bmatrix} f_{i,\rho}(\rho, \varphi) \\ f_{i,\varphi}(\rho, \varphi) \end{bmatrix}, i = 1, 2.$$

Leur produit scalaire se calcule de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 (A2) \quad \langle f_1 | f_2 \rangle &= \iint_D f_1^+ f_2 dS, \\
 &= \iint_D |f_{1,\rho}^* f_{1,\varphi}^*| \begin{vmatrix} f_{2,\rho} \\ f_{2,\varphi} \end{vmatrix} \rho d\rho d\varphi \\
 &= \iint_D (f_{1,\rho}^* f_{2,\rho} + f_{1,\varphi}^* f_{2,\varphi}) \rho d\rho d\varphi.
 \end{aligned}$$

A.2. Modes normés d'un guide circulaire.

Les modes normés d'un guide circulaire de rayon a s'écrivent sous la forme :

TABLE. AI. — Expressions des modes TE et TM d'un guide circulaire.
TE and TM modes of a circular waveguide.

	modes TE	modes TM
$f_\rho(\rho, \varphi)$	$\Phi_n(\varphi) \frac{n}{\Lambda_1 \rho} J_{ n }(k_1 \rho)$	$-\Phi_n(\varphi) j \frac{k_2}{\Lambda_2} J'_{ n }(k_2 \rho)$
$f_\varphi(\rho, \varphi)$	$\Phi_n(\varphi) j \frac{k_1}{\Lambda_1} J'_{ n }(k_1 \rho)$	$\Phi_n(\varphi) \frac{n}{\Lambda_2 \rho} J_{ n }(k_2 \rho)$

$\Phi_n(\varphi)$ a l'expression donnée en (41b), k_1 et k_2 sont respectivement les constantes de coupures des modes TE et TM, Λ_1 et Λ_2 les constantes de normation :

$$(A3) \quad \begin{cases} \Lambda_1^2 = \frac{1}{2} (k_1^2 a^2 - n^2) J_n^2(k_1 a), \\ \Lambda_2^2 = \frac{1}{2} k_2^2 a^2 J_n'^2(k_2 a). \end{cases}$$

Les modes sont normés de sorte que :

$$(A4) \quad \langle f_m | f_m \rangle = \begin{cases} 1 & \text{si } m = n, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

A.3. Modes normés en espace libre.

Les modes normés d'un guide circulaire de rayon infini s'écrivent sous la forme :

TABLE. AII. — Expressions des modes TE et TM en espace libre en géométrie cylindrique.

TE and TM modes in free space in cylindrical geometry.

	modes TE	modes TM
$f_\rho(\rho, \varphi)$	$\Phi_n(\varphi) \frac{n}{k\rho} J_{ n }(k\rho)$	$-\Phi_n(\varphi) j J'_{ n }(k\rho)$
$f_\varphi(\rho, \varphi)$	$\Phi_n(\varphi) j J'_{ n }(k\rho)$	$\Phi_n(\varphi) \frac{n}{k\rho} J_{ n }(k\rho)$

où f_ρ et f_φ sont respectivement les composantes suivant les deux directions ρ et φ du repère de coordonnées cylindriques.

$\Phi_n(\varphi)$ a l'expression donnée en (41b).

A.4. Expression des produits scalaires avec les modes continus.

Dans le cas où f_n représente les modes TE de l'annexe A.3., l'expression du produit scalaire (46) est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \langle f_n | g_q \rangle &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{+\infty} (-j) \frac{e^{-jn\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \frac{n}{k\rho} \\
 &J_n(k\rho) \frac{\Pi(\rho_c, \Delta\rho_c)}{\rho\sqrt{q\rho}} \frac{e^{jq\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \rho d\rho = \delta(q - n) K(k)
 \end{aligned}$$

$$K(k) = \begin{cases} \frac{1}{k\sqrt{q\rho}} \sum_{l=1}^p (2l-1) \left| \frac{J_{2l-1}(z)}{z} \right|_{k\rho_1}^{k\rho_2} & \text{si } n = 2p \\ \frac{1}{k\sqrt{q\rho}} \left\{ \int_{k\rho_1}^{k\rho_2} J_0(t) dt + |J_1(z)|_{k\rho_1}^{k\rho_2} + \frac{4}{k} \sum_{l=1}^p l \left| \frac{J_{2l}(z)}{z} \right|_{k\rho_1}^{k\rho_2} \right\} & \text{si } n = 2p + 1 \end{cases}$$

et par :

$$\begin{aligned}
 \langle f_n | g_q \rangle &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{+\infty} (-j) \frac{e^{-jn\varphi}}{\sqrt{2\pi}} J_n'(k\rho) \\
 &\frac{\Pi(\rho_c, \Delta\rho_c)}{\rho\sqrt{q\rho}} \frac{e^{jq\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \rho d\rho = -j\delta(q - n) I(k) \\
 &I(k) = \frac{1}{k} |J_n(z)|_{k\rho_1}^{k\rho_2},
 \end{aligned}$$

lorsque f_n représente les modes TM de l'annexe 3.

Manuscrit reçu le 28 août 1996,
accepté le 10 décembre 1996.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] MORISHITA (H.), HIRASAWA (K.), FUJIMOTO (K.). Analysis of a cavity-baked annular slot antenna with one point shorted. *IEEE Trans. AP* (oct. 1991), **39**, pp. 1472-1478.
- [2] STEPHAN (K. D.), ITOH (T.). A planar quasi-optical subharmonically pumped mixer characterized by isotropic conversion loss. *IEEE Trans. MTT* (jan. 1984), **32**, pp. 97-102.
- [3] ZMUIDZINAS (J.), LEDUC (H. G.). Quasi-optical slot antenna SIS mixers. *IEEE Trans. MTT* (sept. 1992), **40**, pp. 1797-1804.
- [4] TONG (C. E.), BLUNDELL (R.). An annular slot antenna on a dielectric half-space. *IEEE Trans. AP* (juil. 1994), **42**, pp. 967-974.
- [5] HO (C.-H.), FAN (L.), CHANG (K.). New FET active slotline antenna. *Electron. Lett.* (mars 1993), **29**, pp. 521-522.
- [6] CHANG (K.), HUMMER (K. A.), GOPALAKRISHNAN (G. K.). Active radiating element using FET source integrated with microstrip patch antenna. *Electron. Lett.* (oct. 1988), **24**, pp. 1347-1348.
- [7] KORMANYOS (B. K.), HAROKOPUS (W.), KATEHI (L. P. B.), REBEIZ (G. M.). CPW-fed active slot antennas. *IEEE Trans. MTT* (avr. 1994), **42**, pp. 541-545.

- [8] KOMINAMI (M.), POZAR (D. M.), SHAUBERT (D. H.). Dipole and slot elements and arrays on semi-infinite substrates. *IEEE Trans. AP* (juin 1985), **33**, pp. 600-607.
- [9] COMPTON (R. C.), McPHERDAN (R. C.), POPOVIC (Z.), REBEIZ (G. M.), TONG (P. P.), RUTLEDGE (D. B.). Bow-tie antennas on a dielectric half-space : theory and experiment. *IEEE Trans. MTT* (juin 1987), **35**, pp. 622-631.
- [10] LINOT (B.). Modélisation électromagnétique de circuits hyperfréquences planaires rayonnants incluant des composants localisés. *Thèse de Doctorat, Université D. Diderot (Paris VII)* (1995).
- [11] LINOT (B.), WONG (M. F.), PICON (O.), FOUAD HANNA (V.), DRISSI (M.). Full wave analysis of a planar microwave circuits including lumped elements using an integral equation and a TRL de-embedding technique. *PIERS Seattle, USA* (1995).
- [12] IRZINSKY (E. P.). The input admittance of a TEM excited annular slot antenna. *IEEE Trans. AP* (Nov. 1975), **23**, pp. 829-834.
- [13] ARAKI (K.), ITOH (T.). Hankel transform domain analysis of open circular microstrip radiating structures. *IEEE Trans. AP* (jan. 1981), **29**, pp. 84-89.
- [14] NADARASSIN (M.). Contribution à la modélisation de circuits planaires blindés et rayonnants par une méthode intégrale. *Thèse de Doctorat, INP Toulouse* (1995).
- [15] HARRINGTON (R. F.). Time-harmonic electromagnetic fields. *McGraw-Hill* (1961).
- [16] RAUTIO (J. C.), HARRINGTON (R. F.). An electromagnetic time-harmonic analysis of shielded microstrip circuits. *IEEE Trans. MTT* (août 1987), **35**, pp. 726-730.
- [17] MONGOMERY (C. G.), DICKE (R. H.), PURCELL (E. M.). Principles of microwave circuits. *Radiation Laboratory Series*, vol. 8, *Mac Graw-Hill* (1948).
- [18] JUDAH (S.), PAGE (M. J.), JUDD (M.). Planar symmetrical six-port junction. *IEE Proc. H*. (avr. 1987), **134**, pp. 109-115.
- [19] BAUDRAND (H.). Representation by equivalent circuit of the integral methods in microwave passive elements. *EuMc*, Budapest (sep. 1990).
- [20] BOUZIDI (F.), AUBERT (H.), BAJON (D.), BAUDRAND (H.), FOUAD HANNA (V.). Equivalent circuit representation of lossy coplanar waveguides. *Ann Telecommunic.* (1992), **47**, n° 11-12, pp. 551-554.
- [21] MAUTZ (J. R.), HARRINGTON (R. F.). Radiation and scattering from bodies of revolution. *Appl. Sci. Res.* (1969), **20**, pp. 405.
- [22] MEDGYESI-MITCHANG (L. N.), PUTNAM (J. M.). Electromagnetic scattering for axially inhomogeneous bodies of revolution. *IEEE Trans. AP* (mai 1984), **32**, pp. 797-806.
- [23] MEDGYESI-MITCHANG (L. N.), WANG (D. S.). Hybrid method for analysis of complex scatterers. *Proc. IEEE* (mai 1989), **77**, pp. 770-779.
- [24] POPESCU (V.), BAUDRAND (F.), LETROU (C.), BAJON (D.), BAUDRAND (H.), BEAUDIN (G.). Conception d'antennes de type lentille-substrat avec fente annulaire destinées aux domaines millimétriques et submillimétriques. *JINA* (nov 1996).

BIOGRAPHIES

Frédéric BAUDRAND, né le 22 mars 1965, ingénieur de l'ENSEEIH, option électronique, prépare actuellement une thèse de Docteur ès Sciences de l'Institut national polytechnique de Toulouse.

Damienne BAJON, Docteur ès Sciences de l'Institut national polytechnique de Toulouse, enseigne depuis 1990 à SUPAERO. Son domaine de recherche comprend la modélisation de circuits passifs et actifs par des méthodes intégrales.

Bernard SOUNY, Docteur ès Sciences de l'Institut national polytechnique de Toulouse, professeur à l'ENAC, est responsable de la subdivision hyperfréquences et radiocommunication.

Henri BAUDRAND est responsable du groupe de recherches microondes du Laboratoire d'électronique de l'ENSEEIH.