



HAL
open science

Positionnement relatif entre aeronefs : application du backstepping

Thierry Miquel

► **To cite this version:**

Thierry Miquel. Positionnement relatif entre aeronefs : application du backstepping. JDA 2003, Journées Doctorales d'Automatique, Jun 2003, Valenciennes, France. hal-00938048

HAL Id: hal-00938048

<https://enac.hal.science/hal-00938048>

Submitted on 27 May 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

POSITIONNEMENT RELATIF ENTRE AERONEFS

APPLICATION DU ‘BACKSTEPPING’

Thierry MIQUEL ¹

Directeur(s) de thèse: Félix MORA-CAMINO ² et Francis CASAUX ³

Laboratoire d'accueil:

² LAAS du CNRS
7, avenue du Colonel-Roche
31077 Toulouse

Entreprise:

³ CENA
7, avenue Edouard Belin
BP 4005
31055 Toulouse Cedex

Etablissement d'inscription:

Université Paul Sabatier
118 Route de Narbonne
31062 Toulouse Cedex 4

Résumé

Cet article s'intéresse à la synthèse d'une loi de commande permettant à un aéronef de se déplacer vers une position désirée en tenant compte de ses capacités de manœuvre. La synthèse de cette loi de commande s'appuie principalement sur la technique du 'backstepping': il s'agit d'une technique de commande pour les systèmes non-linéaires permettant de manière séquentielle et systématique de construire une fonction de Lyapunov stabilisante. Cette technique a été adaptée à la spécificité du problème à résoudre. L'article se limite au cas du mouvement dans le plan horizontal et à une situation sans vent.

Mots clés

Positionnement relatif, 'backstepping', fonction de Lyapunov, commande non-linéaire, pilote automatique

1 INTRODUCTION

Depuis plusieurs décennies, le trafic aérien connaît à l'échelle mondiale une croissance soutenue (de l'ordre de 3% à 5% par an) qui conduit à des problèmes de saturation des espaces aériens les plus fréquentés. L'une des pistes actuellement suivie pour tenter d'augmenter la capacité des secteurs de contrôle est de transférer à l'équipage certaines tâches de nos jours dévolues au contrôleur aérien, sous réserve de l'accord réciproque des deux parties.

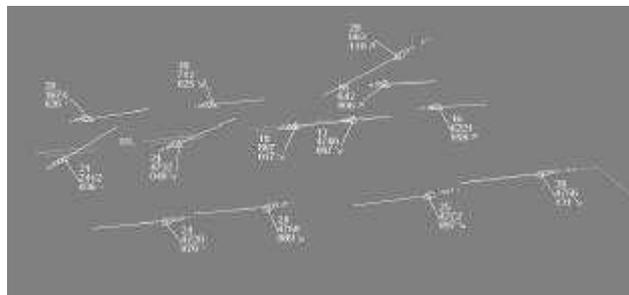


Fig.1. Image radar des arrivées à Roissy-Charles de Gaulle

¹ miquel@cena.fr

L'un des rôles du contrôleur aérien lors de la phase d'approche est de construire une séquence d'arrivée tout en tâchant de faire suivre à chaque aéronef une trajectoire normalisée. Comme le montre la Fig.1, la conséquence d'un tel séquençage est que chaque aéronef passe pratiquement sur la trace laissée par son prédécesseur quelques minutes plus tôt.

Parmi les diverses tâches dont le transfert vers l'équipage est imaginé, le positionnement relatif entre aéronefs fait actuellement l'objet de nombreuses études [1],[6]. Pour les phases d'approche, le positionnement relatif est perçu comme une tâche induisant une forte charge de travail s'il est réalisé manuellement par l'équipage. Il apparaît donc intéressant d'automatiser cette tâche à bord de l'avion au travers d'une nouvelle loi de commande qui pourrait être intégrée au PA (pilote automatique) ou au FMS (Flight Management System) de l'avion.

Cet article s'intéresse à la synthèse d'une loi de commande permettant à un aéronef de se déplacer vers une position désirée en tenant compte de ses capacités de manœuvre. La section préliminaire suivante décrit le modèle d'état et les hypothèses relatives au pilote automatique auquel la loi de positionnement relatif fournit des consignes. La section relative à la conception de la loi de commande débute par un état de l'art sur le problème du positionnement relatif, puis présente une adaptation de la technique du 'backstepping' pour résoudre ce problème. La loi est ensuite testée sur un scénario afin d'en montrer ses propriétés. Enfin, conclusions et perspectives sont présentées.

2 PRELIMINAIRES

2.1. RELATIONS CINEMATQUES

On se limitera au cas du mouvement dans le plan horizontal et sans vent. Comme indiqué sur la Fig.2 ci-après, on notera comme suit les variables suivantes :

- x_a et y_a les positions actuelles dans le repère inertiel, x_d et y_d les positions désirées (i.e. la position de l'avion leader quelques minutes plus tôt) dans le repère inertiel,
- V la vitesse air actuelle, V_d la vitesse air désirée, ψ le cap actuel, ψ_d le cap désiré (i.e. le cap et la vitesse de l'avion leader quelques minutes plus tôt),
- x l'écart longitudinal, c'est à dire la distance dans le plan horizontal entre la position désirée et la position actuelle dans la direction de la vitesse sol de l'avion suiveur,
- y l'écart latéral, c'est à dire la distance dans le plan horizontal entre la position désirée et la position actuelle dans la direction perpendiculaire à la vitesse sol de l'avion suiveur.

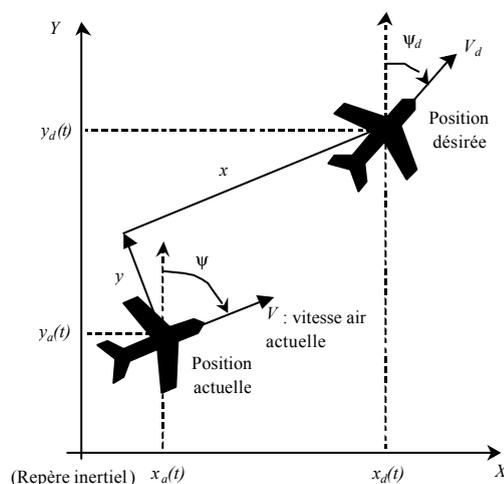


Fig.2. Définition des variables cinématiques

La dynamique des distances relatives x et y est alors donnée par les relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\psi} \\ -\dot{\psi} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -V + V_d \cos(\psi - \psi_d) \\ -V_d \sin(\psi - \psi_d) \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

2.2. MODELISATION DE LA DYNAMIQUE DE L'AVION ET DU PILOTE AUTOMATIQUE

L'avion est supposé commandé en inclinaison, notée φ_c , et en vitesse air, notée V_c , les valeurs effectives de ces grandeurs étant respectivement notées φ et V . Les valeurs de consignes φ_c et V_c sont appliquées au pilote automatique. L'ensemble formé par l'avion et le pilote automatique est modélisé par deux systèmes découplés du premier ordre :

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{V_c - V}{\tau_v} \\ \dot{\varphi} = \frac{\varphi_c - \varphi}{\tau_\varphi} \end{cases} \quad (2-2)$$

L'avion est supposé réaliser des virages stabilisés avec des inclinaison faibles (i.e. $\text{tg}(\varphi) \approx \varphi$). Dans ces conditions, l'inclinaison φ est reliée à la vitesse air V et à la vitesse de variation du cap par les relations suivantes, où g représente l'accélération de la pesanteur :

$$\dot{\psi} = \frac{g}{V} \text{tg}(\varphi) \approx \frac{g}{V} \varphi \quad (2-3)$$

2.3. ARCHITECTURE

D'un point de vue fonctionnel, la loi de commande pour le positionnement relatif s'insère en amont des fonctions du pilote automatique relatives au contrôle de la vitesse et de l'inclinaison de l'avion, comme indiqué sur la figure ci-après :

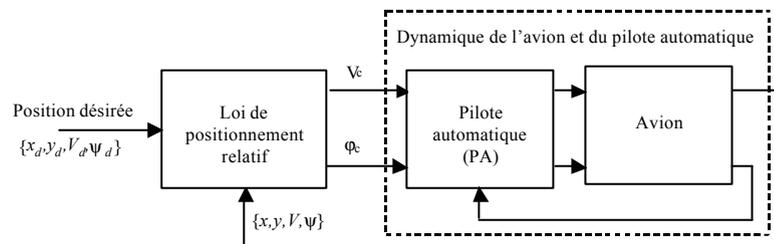


Fig.3. Architecture fonctionnelle

Il est d'usage de distinguer dans le positionnement relatif une phase de rejointe de l'objectif, puis une phase de maintien de position désirée. La technique de synthèse utilisée dans cet article permet d'inclure ces deux phases dans une seule et même loi de commande.

3 CONCEPTION DE LA LOI DE COMMANDE

3.1. ETAT DE L'ART

Le problème du positionnement relatif d'un mobile par rapport à un autre fait l'objet de nombreuses études, en particulier dans le cadre de vol en patrouille de drones ou d'avions de chasse. La référence [4] décrit une loi de commande par bouclage linéarisant et la référence [7] une loi de commande par régime glissant. Malheureusement pour le cas qui nous intéresse dans cet

article, ces lois deviennent singulières lorsque la position désirée est confondue avec la position courante. Dans [2], la loi de commande est construite sur un modèle linéarisé, ce qui limite son utilisation à la phase de maintien de position, en excluant la phase de rejointe.

Dans le domaine de l'aviation commerciale, où les performances des avions sont nettement inférieures à celles des avions de chasse et des drones, et où le confort des passagers est primordial, les études en sont à la phase de faisabilité : dans [1], le positionnement relatif de l'avion est réalisé manuellement par l'équipage, et dans [6] les auteurs étudient les propriétés d'une commande proportionnelle, intégrale et dérivée (PID) pour le maintien de la position relative. Enfin, dans [5] deux lois de commande non-linéaires sont présentées dans un repère lié à la position désirée et non à la position actuelle de l'avion. Si ce repère facilite la conception des lois de commande, il présente par contre le désavantage d'avoir un comportement à 'phase non-minimale' : en effet, cela revient à accrocher derrière la position désirée une cible qui, lorsque la position désirée change de direction, a tendance à entraîner la position courante dans la direction opposée.

3.2. EXTENSION DE LA TECHNIQUE DU 'BACKSTEPPING' AU PROBLEME DU POSITIONNEMENT RELATIF

La technique du 'backstepping' est une technique relativement récente de commande des systèmes non linéaires [3]. Très brièvement, il s'agit d'une technique de commande pour les systèmes non-linéaires permettant de manière séquentielle et systématique de construire une fonction de Lyapunov stabilisante. Pour qu'elle puisse s'appliquer, le système non-linéaire doit être sous forme 'triangulaire' (i.e. la dérivée de chaque composante du vecteur d'état est une fonction des composantes précédentes et dépend additivement de la composante suivante).

En regroupant les équations (2-1), (2-2) et (2-3), on obtient la représentation d'état suivante d'ordre 5 :

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}_1 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & g\phi/V \\ -g\phi/V & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -V + V_d \cos(\psi - \psi_d) \\ -V_d \sin(\psi - \psi_d) \end{bmatrix} \\ \dot{\underline{x}}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \\ \dot{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g\phi/V \\ -\phi/\tau_\phi \\ -V/\tau_V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/\tau_\phi & 0 \\ 0 & 1/\tau_V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_c \\ V_c \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3-1)$$

Par la suite, on désignera par $a(\underline{x}_2)$ la matrice antisymétrique suivante :

$$a(\underline{x}_2) = \begin{bmatrix} 0 & g\phi/V \\ -g\phi/V & 0 \end{bmatrix} ; \quad a^T = -a \Rightarrow \underline{y}^T a \underline{y} = 0 \quad \forall \underline{y} \quad (3-2)$$

En omettant la matrice a , l'analyse du système d'équations (3-1) montre que la dérivée seconde de x et y fait apparaître la vitesse de consigne V_c mais pas l'inclinaison de consigne ϕ_c . Au sens de la commande non-linéaire inverse, le degré relatif de ce système est 4 (on rappelle l'omission de la matrice a dans cette analyse). Afin de rendre égal l'ordre du système et son degré relatif, on diminue l'ordre du système en négligeant la dynamique l'inclinaison par rapport à celle de la vitesse, ce qui est tout à fait justifié en pratique compte tenu des temps de réponse :

$$\dot{\psi} \approx \frac{g}{V} \phi_c \quad (3-3)$$

Par conséquent, le système d'équations (3-1) se met sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}_1 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & g\varphi_c/V \\ -g\varphi_c/V & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -V + V_d \cos(\psi - \psi_d) \\ -V_d \sin(\psi - \psi_d) \end{bmatrix} \\ \dot{\underline{x}}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -V/\tau_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/\tau_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_c \\ V_c \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3-4)$$

De manière plus synthétique, les relations précédentes se mettent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}_1 = a(\underline{x}_2, \underline{u})\underline{x}_1 + b(\underline{x}_2) \\ \dot{\underline{x}}_2 = c(\underline{x}_2) + d(\underline{x}_2)\underline{u} \end{cases} \quad (3-5)$$

A l'exception du terme $a(\underline{x}_2, \underline{u})$ qui apparaît dans l'expression de la dynamique de \underline{x}_1 , cette forme ressemble presque à la forme 'triangulaire' nécessaire pour appliquer la technique du 'backstepping'. Mais en se servant du fait que la matrice $a(\underline{x}_2, \underline{u})$ est antisymétrique, la technique du 'backstepping' peut être appliquée sur le système sans se soucier du terme $a(\underline{x}_2, \underline{u})$.

Dans un premier temps, choisissons une matrice Λ_1 définie positive et une commande virtuelle \underline{z} permettant de stabiliser la première équation du système (3-5) :

$$\underline{z} = b(\underline{x}_2) + \Lambda_1 \underline{x}_1 \quad (3-6)$$

En supposant que \underline{x}_{2d} soit la seule solution à l'équation $b(\underline{x}_{2d}) = \underline{0}$, l'équation précédente montre que faire converger \underline{x}_1 vers $\underline{0}$ et \underline{x}_2 vers \underline{x}_{2d} revient à faire converger \underline{x}_1 vers $\underline{0}$ et \underline{z} vers $\underline{0}$.

Dans un second temps, choisissons donc une fonction de Lyapunov définie sous la forme suivante, où k_1 est un réel positif :

$$V = \frac{k_1}{2} \underline{x}_1^T \underline{x}_1 + \frac{1}{2} \underline{z}^T \underline{z} \quad (3-7)$$

En dérivant (3-7) par rapport au temps, et en se servant de (3-5) et (3-6) et de la propriété d'antisymétrie de la matrice a il vient :

$$\dot{V} = -k_1 \underline{x}_1^T \Lambda_1 \underline{x}_1 + \underline{z}^T (k_1 \underline{x}_1 + \Lambda_1 \dot{\underline{x}}_1 + \nabla b(\underline{x}_2)c(\underline{x}_2) + \nabla b(\underline{x}_2)d(\underline{x}_2)\underline{u}) \quad (3-8)$$

Où $\nabla b(\underline{x})$ désigne la matrice jacobienne de $b(\underline{x})$:

$$\nabla b(\underline{x}) \triangleq \frac{\partial b(\underline{x})}{\partial \underline{x}^T} \quad (3-9)$$

Par conséquent, la loi de commande définie par la relation suivante permet de stabiliser le système (3-5) autour de $\underline{x}_2 = \underline{x}_{2d}$ et $\underline{x}_1 = \underline{0}$ pour toutes matrices Λ_1 et Λ_2 définies positives et tout réel k_1 positif :

$$\underline{u} = (\nabla b(\underline{x}_2)d(\underline{x}_2))^{-1} (-k_1 \underline{x}_1 - \Lambda_1 \dot{\underline{x}}_1 - \nabla b(\underline{x}_2)c(\underline{x}_2) - \Lambda_2 \underline{z}) \quad (3-10)$$

Appliqué au système (3-4), et en prenant pour les matrices Λ_1 et Λ_2 des matrices diagonales de la forme $\Lambda_1 = \text{diag}(\lambda_x, \lambda_y)$ et $\Lambda_2 = \text{diag}(\lambda_\psi, \lambda_V)$, la loi de commande prend la forme suivante :

$$\begin{cases} \varphi_c = \frac{1}{gV_d \cos(\psi - \psi_d)} (V(k_1 + \lambda_x \lambda_y) y - g\varphi_c \lambda_y x - V(\lambda_y + \lambda_\psi) V_d \sin(\psi - \psi_d)) \\ V_c = V + \tau_v \left((\lambda_x + \lambda_y)(V_d \cos(\psi - \psi_d) - V) + (k_1 + \lambda_x \lambda_y) x + \frac{g}{V} \varphi_c (\lambda_x y - V_d \sin(\psi - \psi_d)) \right) \end{cases} \quad (3-11)$$

Dans la première équation du système précédent, l'inclinaison de consigne φ_c apparaît à gauche et à droite de l'égalité. En résolvant cette équation linéaire en φ_c , et en remarquant que l'on peut négliger en pratique $\lambda_y x$ devant $V_d \cos(\psi - \psi_d)$ ce qui permet d'obtenir une inclinaison de consigne indépendante de l'écart longitudinal x , il vient :

$$\varphi_c = \frac{V(k_1 + \lambda_y \lambda_\psi)y - V(\lambda_y + \lambda_\psi)V_d \sin(\psi - \psi_d)}{g(V_d \cos(\psi - \psi_d) + \lambda_y x)} \approx \frac{V(k_1 + \lambda_y \lambda_\psi)y - V(\lambda_y + \lambda_\psi)V_d \sin(\psi - \psi_d)}{gV_d \cos(\psi - \psi_d)} \quad (3-12)$$

4 SIMULATIONS

4.1. SCENARIO

Dans cette section, la loi de commande élaborée suivant l'approche précédemment présentée (relations (3-11)) est testée sur le scénario suivant. Pour ce scénario, les variations de la vitesse et du cap du leader ont été choisies volontairement importantes afin d'observer un comportement 'aux limites' de la loi de commande.

- L'avion leader débute sa trajectoire en $x_{l0} = 0$ NM, $y_{l0} = 0$ NM, avec une vitesse air de 240 kts et un cap de 90 degrés. Il est supposé transmettre toutes les secondes sa position $\{x_l, y_l\}$ et son vecteur vitesse $\{V_l, \psi_l\}$. La commande d'inclinaison de l'avion leader est toujours nulle, sauf entre les instants $t = 600$ sec et $t = 630$ sec où le cap de l'avion leader varie d'environ 50 degrés à droite suite à une commande d'inclinaison de +20 degrés. La vitesse air commandée est égale à 240 kts jusqu'à l'instant $t = 300$ sec, puis passe à une valeur de 190 kts.
- L'avion suiveur débute sa trajectoire en $x_0 = -5$ NM, $y_0 = -5$ NM, avec une vitesse air de 240 kts et un cap de 90 degrés.
- L'objectif pour l'avion suiveur est de se positionner sur la trajectoire de l'avion leader avec un espacement en temps (i.e. un retard) de 90 sec. La simulation dure 15 min (900 sec).

Compte tenu de la phase de vol considérée, les commandes en vitesse et en inclinaison sont limitées comme suit :

$$\begin{cases} -20 \text{ deg.} \leq \varphi_c \leq +20 \text{ deg.} \\ 170 \text{ kts} \leq V_c \leq 250 \text{ kts} \end{cases} \quad (4-1)$$

Les constantes de temps τ_v et τ_φ pour l'ensemble formé par l'avion et le pilote automatique (2-2) ainsi que les valeurs de réglage de la loi de commande (3-12) sont :

$$\begin{cases} \tau_v = 40 \text{ sec} \\ \tau_\varphi = 1 \text{ sec} \end{cases} \quad \begin{cases} k_1 = 0.01 \text{ sec}^{-2} \\ \lambda_v = \lambda_\psi = 1 \text{ sec}^{-1} \\ \lambda_x = \lambda_y = 0.01 \text{ sec}^{-1} \end{cases} \quad (4-2)$$

Compte tenu des constantes de temps choisies, la décélération de 240 kts à 190 kts dure environ 2 min (i.e. $3\tau_v$), et le temps mis pour incliner l'avion de 0 à 20 degrés est d'environ 3 sec (i.e. $3\tau_\varphi$).

4.2. RESULTATS

Les figures suivantes montrent les résultats obtenus pour ce scénario :

- La *Fig.4* montre l'évolution des deux avions dans le plan horizontal; on constate que l'avion suiveur se place effectivement sur la trace de l'avion leader.
- La *Fig.5* montre l'évolution de l'espacement en temps (sec) à chaque instant : cet espacement en temps est obtenue en divisant la distance oblique entre les deux avions par la vitesse de l'avion suiveur. Au bout d'environ 300 sec (environ 5 min), l'avion

suiveur est derrière l'avion leader, à 90 sec (soit 6 NM à 240 kts). Lorsque l'avion leader diminue sa vitesse de 240 kts à 190 kts, l'espacement en temps décroît jusqu'à 78 sec (ce qui correspond à une distance de 5.2 NM) avant de se stabiliser à nouveau à 90 sec (soit 4.75 NM à 190 kts). Enfin, lors du changement de cap de l'avion leader, l'espacement en temps décroît jusqu'à 81 sec (ce qui correspond à une distance de 4.2 NM) avant de se stabiliser à nouveau à 90 sec.

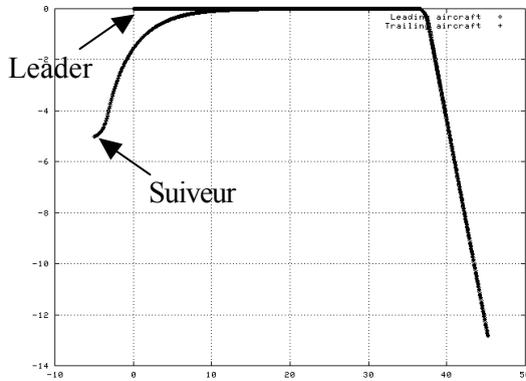


Fig. 4. Trajectoire suivie par les deux avions : abscisses et ordonnées en NM

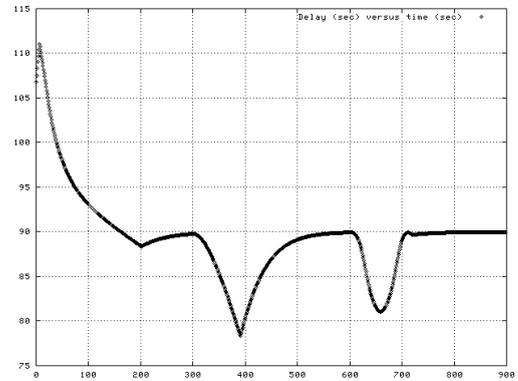


Fig. 5. Evolution de l'espacement en temps (sec) en fonction du temps (sec)

- La Fig.6 montre l'évolution de l'inclinaison commandée (deg) en fonction du temps (sec). L'inclinaison effective n'a pas été représentée car ces deux grandeurs ont pratiquement la même valeur. La validité de l'hypothèse consistant à négliger la constante de temps τ_ϕ , lors de la conception de la loi de commande est ainsi confirmée.
- La Fig.7 montre l'évolution des vitesses commandée et effective (kts) en fonction du temps (sec). Contrairement à la figure précédente, ces valeurs sont très distinctes lors des phases transitoires à cause de la relative importance de la constante de temps τ_v . On remarque d'autre part que les saturations en vitesse commandée (entre 170 kts et 250 kts) ne déstabilisent pas la dynamique du système.

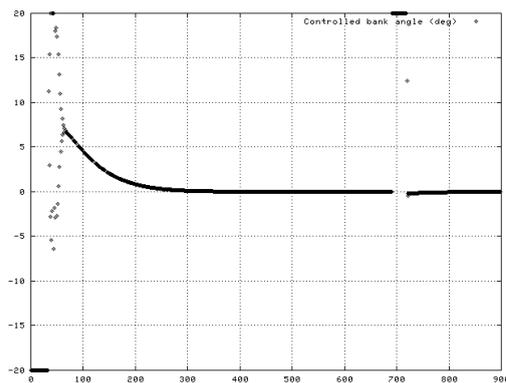


Fig. 6. Evolution de l'inclinaison commandée (deg) en fonction du temps (sec)

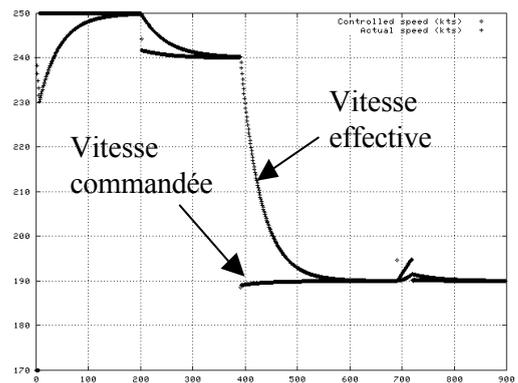


Fig. 7. Evolution des vitesses commandée et effective (kts) en fonction du temps (sec)

5 CONCLUSIONS

Dans cet article, une première ébauche de la synthèse d'une loi de commande permettant à un aéronef de se placer sur une position relative désirée en tenant compte de ses capacités de manœuvre a été proposée. Elle fait appel aux techniques de la commande non-linéaire, et notamment au 'backstepping' vectoriel, et met à profit la structure particulière du modèle retenu pour la dynamique à commander.

Les premiers résultats obtenus en simulation semblent prometteurs. Cependant, beaucoup de travail reste à effectuer, notamment autour de l'évaluation de la robustesse d'une telle loi de commande vis-à-vis des incertitudes du modèle et des évolutions de l'avion leader. De plus, le choix des paramètres de réglage de la loi de commande a été fait de manière empirique, et pourrait être réalisé de manière plus systématique grâce à un système de supervision de ces paramètres. Enfin, la synthèse d'une telle loi devra être étendue au cas où la dimension verticale est considérée, en y intégrant l'influence du vent.

Références

- [1] Agelii M., Olausson C., *Flight deck simulations of station keeping*, ATM 2001 R&D seminar, Santa Fe, paper no. 17
- [2] Giulietti F., Pollini L., Innocenti M., *Autonomous Formation Flight*, IEEE Control Systems Magazine, December 2000
- [3] Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V., *Nonlinear and Adaptive Control Design*, John Wiley & Sons Ltd, New York, 1995
- [4] Li S.M., Boskovic J.D., Mehra R.K., *Globally stable automatic formation flight control in two dimensions*, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Montreal, August 2001, Paper No. 2001-4046
- [5] Miquel T., Mora-Camino F., *Relative guidance of aircraft: analysis and comparison of two control approaches*, World Aviation Congress, November 2002, Paper No. 02WAC-55
- [6] Vanken P., Hoffman E., Zeghal K., *Influence of speed and altitude profile on the dynamics of in-trail following aircraft*, AIAA-2000-4362
- [7] Singh S.N., Pachter M. et al, *Input-output invertibility and sliding mode control for close formation flying of multiple UAVs*, International Journal of Robust and Nonlinear control, 2000; 10: 779-797