



**HAL**  
open science

## Allocation de créneaux pour la régulation du trafic aérien

Nicolas Barnier, Pascal Brisset

► **To cite this version:**

Nicolas Barnier, Pascal Brisset. Allocation de créneaux pour la régulation du trafic aérien. JFPLC 2000, Journées Francophones de Programmation Logique et Programmation par Contraintes, Jun 2000, Marseille, France. pp xxxx. hal-00937982

**HAL Id: hal-00937982**

**<https://enac.hal.science/hal-00937982>**

Submitted on 17 Apr 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Allocation de créneaux pour la régulation du trafic aérien

Nicolas Barnier — Pascal Brisset

ENAC - CENA  
7, avenue Édouard Belin  
F-31055 Toulouse Cedex 4  
barnier, brisset@recherche.enac.fr

---

*RÉSUMÉ.* Le ciel européen est surchargé ; le contrôle aérien (ATC) est dépassé par la demande et les conséquences sont graves aussi bien pour les compagnies aériennes que pour les passagers. L'organisme européen de régulation du trafic (CFMU) qui est chargé d'allouer les créneaux de départs des vols afin de respecter les charges admissibles des centres de contrôles en route (ATCC) n'est pas en mesure actuellement de produire des solutions satisfaisantes tout en considérant uniquement une approximation des contraintes de charge.

Nous présentons dans cet article des nouvelles modélisations de la capacité horaire pour réguler la charge de travail réelle du contrôleur sans prendre pour objectif premier la diminution des retards. Nous proposons un raffinement du modèle actuel et suggérons une solution originale utilisant une contrainte de tri. Nous établissons des équivalences entre ces modèles tout en montrant la supériorité de la solution continue avec tri pour les preuves d'échec et/ou d'optimalité. Les différents comportements des modèles sont mis en évidence sur des données réelles du trafic aérien français.

*ABSTRACT.* Current European Air Traffic Control (ATC) system is far exceeded by the demand and the resulting delays are a financial and psychological burden for airlines and passengers. The Central Flow Management Unit (CFMU), which is in charge of regulating the flights to respect operational en-route capacity constraints of Air Traffic Control Centres (ATCC), fails to allocate efficiently departure slots and merely satisfy a weak and unrealistic model of the fuzzily-stated workload constraints. Disregarding the minimization of the sum of the delays, this paper presents new models, based on the Constraint Programming paradigm, of the slot allocation problem focused on the controllers workload : an extension of the current model with a standard formulation, and a novel approach involving the sort constraint, both able to maintain workload constantly below a given capacity and the latter also providing efficient failure proof on over-constrained instances. The behaviours of the different models are discussed with partial and full instances from real French air traffic data set and we show the potential operational improvement supplied by these continuous models.

*MOTS-CLÉS :* Contrainte globale de tri, régulation du trafic aérien.

*KEYWORDS:* Air Traffic Flow Management, Global Constraints, Sort Constraint.

---

## 1. Introduction

L'encombrement de l'espace aérien est un des problèmes majeurs que les organismes de régulation du trafic aérien (ATM, *i.e.* Air Traffic Management) européen doivent résoudre. Les capacités des centres français de contrôle du trafic aérien (ATCC, *i.e.* Air Traffic Control Centres) sont de loin dépassées par la croissance constante du nombre de vols, entraînant des retards toujours plus importants. Les coûts engendrés par ces retards pénalisent aussi bien les compagnies que les passagers, à tel point que la Commission Européenne a déclaré très récemment (1<sup>er</sup> décembre 1999) que les systèmes actuels de régulation du trafic aérien (ATFM, *i.e.* Air Traffic Flow Management) sont incapables de supporter les pointes de trafic ni de s'adapter à la croissance prévue. Les pertes financières dues aux retards sont évaluées par la Commission à plus de 5 milliards d'Euros pour l'année 1999 et des améliorations drastiques doivent être entreprises pour surmonter le problème [IP/ 99].

L'organisme central de régulation des flux de trafic (CFMU, *i.e.* Central Flow Management Unit, situé à Bruxelles) est chargé, entre autres mesures stratégiques ou tactiques, de retarder les créneaux de décollages<sup>1</sup> des vols impliqués dans les secteurs surchargés. L'objectif de ces affectations de retards est de respecter les contraintes de capacité *en route*<sup>2</sup> fournies par chaque centre de contrôle suivant leur *schéma d'ouverture* quotidien. Ces capacités sont définies comme une quantité de vols par heure et la CFMU les utilise en découpant le temps en intervalles contigus de 30 min pour allouer les créneaux de décollage. Comme le principal critère d'optimisation de ce problème est la somme des retards attribués, les vols concernés sont souvent très mal répartis sur les périodes de 30 min et les contrôleurs doivent gérer des pics de trafic en début de période. Les contraintes de capacité sont aussi fréquemment violées sur les intervalles de temps qui ne commencent pas à une date multiple de 30 min. De plus, l'attribution du retard pour un vol est calculée suivant le secteur de contrôle induisant le délai le plus important, ce qui peut entraîner des dépassements de capacité pour les autres secteurs traversés par le même vol.

Les contraintes de capacité ne sont donc pas très clairement définies et sont manifestement mal interprétées d'un point de vue opérationnel par les systèmes actuels d'ATFM. Il serait plus réaliste de maintenir la charge de travail des contrôleurs continûment en dessous de la capacité spécifiée. Nous proposons dans ce but plusieurs nouveaux modèles qui fournissent une interprétation plus réaliste des contraintes de capacité, et qui produisent par conséquent des problèmes plus difficiles à satisfaire :

- un modèle à fenêtres glissantes permet de lisser le profil de la charge de travail des contrôleurs ;

---

1. Un créneau est un intervalle de faible durée pendant lequel le vol est autorisé à décoller.

2. Le contrôle aérien est divisé en deux grandes catégories : le contrôle *en approche* pour la gestion des décollage et des atterrissages et le contrôle *en route* pour la gestion des vols en altitude.

- un modèle fondé sur la contrainte de tri où sont déclarées de manière « continue » les contraintes de capacité sur les rangs de l'entrée des avions dans un secteur.

La Programmation par Contraintes (CP) permet une formulation directe aussi bien de ces deux nouveaux modèles que du modèle de la CFMU qui est présenté dans cet article à des fins de comparaison. Le haut niveau d'abstraction et la flexibilité que procure la CP facilite une implantation rapide de ces modèles et l'expérimentation d'alternatives. Nous avons utilisé une bibliothèque de programmation par contraintes développée au sein de Laboratoire d'Optimisation Globale du CENA pour tester ces différents modèles.

Nous donnons d'abord dans cet article une description précise du problème d'allocation de créneaux ainsi que des indications sur la taille et la complexité des instances auxquelles nous nous sommes intéressés. Nous présentons ensuite les différents modèles utilisés pour la résolution de ce problème, en commençant par la formulation standard pour aboutir aux modèles « continus » ; puis nous exposons les résultats obtenus avec des instances simplifiées et complètes en comparant les comportements de ces différents modèles. Nous concluons en résumant les enjeux et contributions de cette étude et donnons enfin quelques pistes à exploiter pour des travaux ultérieurs.

## 2. Description du problème d'allocation de créneaux

La régulation des flux de trafic est un filtre tactique destiné à homogénéiser les vols qui doivent traverser l'espace aérien contrôlé : il s'agit de limiter le nombre d'appareils qui pénètrent dans un secteur donné pendant un intervalle de temps donné. Ce planning est raffiné en temps réel par les contrôleurs.

Les données du problème d'ATFM sont :

- Les *vols* : Un vol décolle d'un aéroport donné à une date donnée, suit une route prédéfinie à une vitesse fixée et atterrit sur un (autre) aéroport.
- Les *secteurs* : L'espace aérien est divisé en secteurs de contrôle traversés par les routes suivies par les aéronefs. Un secteur est un polyèdre, en général un cylindre vertical, doté d'une *capacité* exprimée par un nombre maximum de vols entrant dans le secteur pendant un intervalle de temps donné (une heure). Le découpage de l'espace aérien, c'est-à-dire le nombre et la forme des secteurs, change au cours de la journée suivant un *schéma d'ouverture* quotidien. La capacité d'un même secteur peut elle aussi changer à des heures données. Nous appellerons *secteur-période* un secteur de contrôle pendant un intervalle de temps particulier pendant laquelle la capacité est constante.

La figure 1 donne une idée du découpage de l'espace aérien français à 24000 ft.

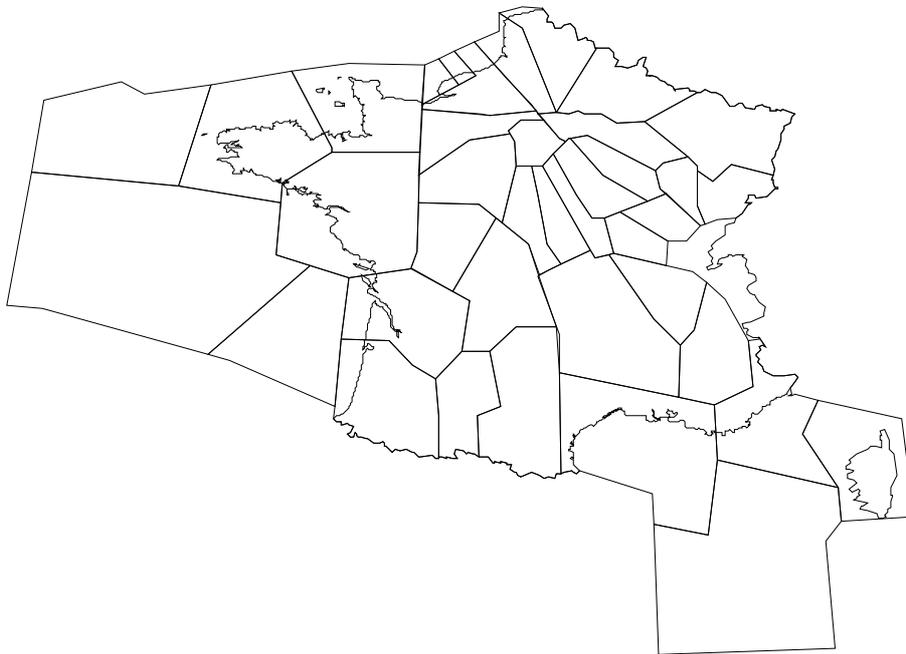
Les contraintes du problème sont les diverses capacités des secteurs de contrôle. Plusieurs mesures peuvent être prises par la CFMU pour respecter ces contraintes : changer la route aérienne empruntée, retarder le départ, modifier la vitesse de l'appareil pendant le vol... Dans cet article, nous ne nous intéressons qu'aux mesures

d'attente au sol : chaque vol peut-être retardé au décollage. L'ATFM est chargée de résoudre ce problème quotidiennement.

La difficulté du problème réside moins dans la complexité des contraintes que dans la taille des données. Nous avons utilisé des données réelles archivées par le logiciel COURAGE utilisé par l'aviation civile française et résolu le problème d'ATFM pour la journée du 20 mai 1999 :

- L'espace aérien français est traversé par plus de 7375 vols entre 0h01 et 23h59.
- Quelque 140 secteurs sont activés pendant cette journée ; les contraintes de capacités changent jusqu'à six fois pour un même secteur.
- Plus de 700 vols traversent le secteur le plus fréquenté.
- Les capacités varient de 19 à 52 vols par heure suivant le secteur-période.

Le but de l'allocation de créneaux est de réduire les retards attribués aux vols tout en respectant les contraintes de capacité secteur. Plusieurs critères de minimisation sont possibles : la somme totale des retards, le retard maximal, le retard moyen, etc. [MAU 96] présente une étude complète sur ce que pourrait et devrait être la fonction de coût du problème d'allocation de créneaux et conclut en choisissant la plus simple : la somme totale des retards. C'est également le choix de [BER 95] qui utilise un modèle légèrement différent. Nous nous intéressons plus dans cet article aux propriétés qualitatives des solutions produites qu'à leur coût en terme de retard induit.



**FIG. 1.** Sectorisation de l'espace aérien français au niveau de vol 240 (7200 m)

### 3. Quatre modèles

Nous décrivons dans cette section quatre modèles pour le problème d'affectation de créneaux. Ces modèles diffèrent par l'interprétation des contraintes de charge de secteur ; une capacité horaire peut être prise en compte de manière discrète avec un intervalle de temps à choisir, ou bien continûment.

La description des modèles utilise les notations suivantes :

- $\mathcal{S}$  : l'ensemble des secteurs-périodes, chacun avec un début (*start*) et une fin (*end*) ;
- $\mathcal{F}$  : l'ensemble des vols ;
- $t_i^s$  : l'heure à laquelle le vol  $i$  entre dans le secteur  $s$  si ce vol n'est pas retardé ;
- $capa^s$  : la *capacité* du secteur-période  $s$  (nombre de vols entrant par heure) ;
- $\delta$  : la durée de la période unitaire pour la contrainte de capacité (en minutes).

Tous les modèles travaillent sur les variables de décision suivantes :

- $D_i$  : retard au décollage du vol  $i$ .

Nous présentons deux familles de deux modèles équivalents. La première décrit les modèles *discrets* classiquement utilisés aujourd'hui [MAU 96].

#### 3.1. Fenêtres sans recouvrement

Pour la première famille de modèles, nous considérons des périodes de charge successives et contiguës :

- $\mathcal{P}^s = \{p_0^s, p_1^s, \dots\}$  : périodes successives de longueur  $\delta$ , chacune dotée d'un début (*start*) et d'une fin (*end*). La première période commence avec le début du secteur-période :  $start(p_0^s) = start(s)$ .

On peut donc écrire :

$$\mathcal{P}^s = \{[start(s), start(s) + \delta[, [start(s) + \delta, start(s) + 2\delta[, \dots\}$$

Ce choix de non recouvrement de période de charge conduit à plusieurs modélisations possibles ; nous en présentons deux dans les sections suivantes, l'une utilisant des contraintes *basiques*, l'autre utilisant une contrainte globale.

##### 3.1.1. Variables booléennes

Le modèle *Standard* utilise des variables auxiliaires booléennes correspondant à la présence des vols dans les périodes :

- $B_{i,p_j^s}$  : le vol  $i$  entre dans le secteur  $s$  durant la période  $p_j^s$ .

Les contraintes correspondantes sont les suivantes : la première relie les variables auxiliaires aux variables de décision, la seconde exprime la capacité secteur.

$$\begin{aligned} \forall s \in \mathcal{S} \forall p_j^s \in \mathcal{P}^s \quad & B_{i,p_j^s} \text{ ssi } start(p_j^s) \leq t_i^s + D_i < start(p_j^s) + \delta \\ \forall s \in \mathcal{S} \forall p_j^s \in \mathcal{P}^s \quad & \sum_{i \in \mathcal{F}} B_{i,p_j^s} \leq capa^s \end{aligned}$$

L'inconvénient majeur de cette solution est le nombre important de variables auxiliaires proportionnel au nombre de secteurs et au nombre de périodes.

$$|\{B_{i,p_j^s}\}| = |\mathcal{F}| \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{end(s) - start(s)}{\delta}$$

Pour restreindre l'usage de variables auxiliaires, la formulation suivante utilise une contrainte globale.

### 3.1.2. Contrainte globale de cardinalité

Une contrainte globale de cardinalité (gcc) est spécifiée avec les composants suivants :

- un ensemble de variables  $X = \{X_1, \dots, X_n\}$  ;
- un ensemble de valeurs  $V = \{V_1, \dots, V_d\}$  ;
- un ensemble de cardinaux (variables à domaine intervalle)  $C = \{C_1, \dots, C_d\}$ .

La gcc contraint le nombre d'occurrences de valeurs de  $V$  parmi  $X$ . Formellement, la contrainte  $gcc(C, V, X)$  exprime  $\forall i |\{x \in X | x = V_i\}| = C_i$ . [RÉG 96] a proposé un algorithme de propagation efficace et complet pour cette contrainte. Ce dernier est implémenté dans la contrainte globale `IlcDistribute` d'ILOG Solver [SOL 99].

La contrainte gcc permet de reformuler aisément le modèle Standard pour l'allocation de créneaux. L'idée de base est de *calculer* la période pendant laquelle un vol entre dans un secteur en fonction de son retard. Or dans le modèle standard les périodes constituent une partition régulière du temps, ce qui permet de réduire ce calcul à une simple opération arithmétique : si les périodes successives de longueur  $\delta$  sont numérotées  $0, 1, \dots, j, \dots$  la période correspondant à un temps  $t$  vaut  $\lfloor t/\delta \rfloor$ . On prend donc pour la gcc  $V_j = j$  et on contraint  $C_j$  à être inférieur à la capacité de la période  $j$ .

Avec une gcc, le modèle s'exprime en utilisant les variables et valeurs auxiliaires suivantes :

- $X_i^s$  : index de la période de l'heure d'entrée du vol  $i$  dans le secteur-période  $s$  ;
- $V_j^s = j$  : index de la  $j^{\text{ème}}$  période dans le secteur-période  $s$ .
- $C_j^s = 0..capa^s$  : nombre de vols entrant dans le secteur-période  $s$  durant la  $j^{\text{ème}}$  période.

Pour chaque secteur-période, il suffit alors de lier les variables auxiliaires aux variables de décision et de contraindre les variables auxiliaires avec une gcc.

$$\begin{aligned} \forall s \in \mathcal{S} \forall i \in \mathcal{F} \quad X_i^s &= (t_i^s + D_i)/\delta \\ \forall s \in \mathcal{S} \quad gcc(C^s, V^s, X^s) \end{aligned}$$

Les arguments pour préférer l'usage d'une contrainte globale à un ensemble de contraintes élémentaires sont nombreux :

- le modèle est plus simple à écrire et plus facile à appréhender ;
- le nombre de contraintes et de variables est réduit ;

- une propagation plus efficace peut être réalisée.

Cependant, une contrainte globale est parfois trop spécifique pour être utilisée au sein d'un problème « non pur » et nous montrerons dans le cas présent la trop grande rigidité de cette solution qui interdit de la raffiner.

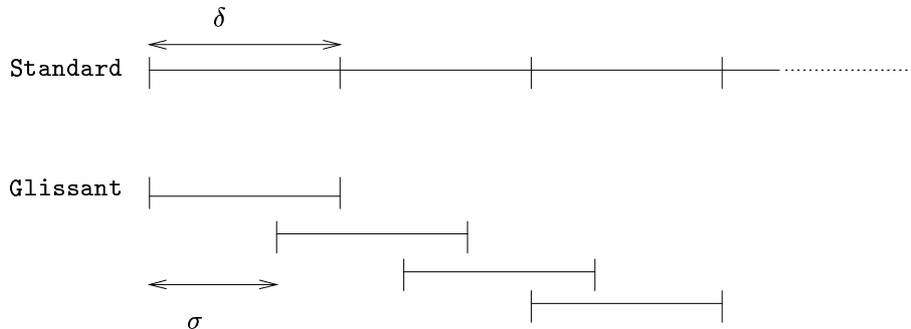
### 3.2. Modèles continus

Les deux modèles précédemment décrits ont l'inconvénient d'être fortement discontinus. Ils contraignent seulement la charge du secteur au début de chaque période, c'est-à-dire par défaut uniquement 24 fois par jour. L'objectif de la fonction de coût étant de minimiser les retards, l'effet de bord attendu de cette modélisation est un nombre important de vols en début de période. Ceci est confirmé par les expérimentations (voir la section 4.2.1).

Pour remédier à ce biais, nous proposons deux nouvelles formulations. La première est un simple raffinement du modèle Standard. La seconde utilise une contrainte globale de tri sur un problème dual.

#### 3.2.1. Fenêtres glissantes

En conservant l'idée du modèle Standard, il est possible de définir un modèle plus continu en considérant des périodes se chevauchant.



Nous introduisons pour cela un paramètre supplémentaire ( $\sigma$ ) correspondant à l'intervalle de temps entre 2 périodes successives :

$$\mathcal{P}^s = \{[start(s), start(s) + \delta], [start(s) + \sigma, start(s) + \sigma + \delta], \dots\}$$

Ce modèle subsume évidemment le modèle Standard et lui est équivalent pour  $\sigma = \delta$ . Il peut être mis en œuvre avec les mêmes variables booléennes auxiliaires. Malheureusement, l'astuce permettant d'utiliser la contrainte globale de cardinalité ne s'applique plus dans le cas général d'un  $\sigma$  quelconque : un vol est concerné par plusieurs périodes simultanément.

### 3.2.2. La contrainte de tri

Soit  $D$  un ensemble totalement ordonné. La contrainte de tri est la relation associée à la fonction standard de tri. Alors qu'une fonction de tri prend en argument une séquence de  $n$  éléments de  $D$  et retourne une autre séquence contenant les mêmes éléments ordonnés, la contrainte « lie » deux séquences de variables à domaine fini à valeur dans  $D$ .

Formellement, la contrainte de tri sur les variables intervalle  $X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_n$  dans un ensemble totalement ordonné  $(D, \preceq)$  exprime

$$(X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_n) \in \text{sort}$$

où

$$\text{sort} = \left\{ \begin{array}{l} (x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n) \in D^{2n} \text{ tel que} \\ (y_1, \dots, y_n) \text{ est une permutation de } (x_1, \dots, x_n) \text{ et } \forall i \leq j, y_i \preceq y_j \end{array} \right\}$$

Exemple : soit  $X = \{[0 - 13]; [6 - 10]; [10 - 11]; [4 - 16]; [4 - 6]\}$  et  $Y = \{[1 - 3]; [5 - 10]; [6 - 9]; [11 - 17]; [10 - 15]\}$  deux séquences de variables intervalle. La pose de la contrainte

$$\text{sort}(X, Y)$$

conduit aux raffinements suivant sur les bornes des intervalles :  $X = \{[1 - 3]; [6 - 9]; 11; [11 - 15]; [5 - 6]\}$  et  $Y = \{[1 - 3]; [5 - 6]; [6 - 9]; 11; [11 - 15]\}$ .

[GUE 97] propose un algorithme efficace de filtrage pour cette contrainte. Il est remarquable que la complexité de cet algorithme complet (i.e. la propagation effectuées sur les bornes des intervalles est maximale) de consistance ait une complexité optimale en  $\mathcal{O}(n \log n)$ .

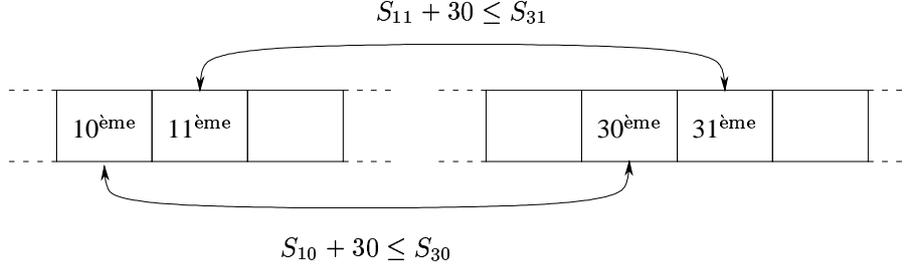
L'algorithme est décrit en six étapes impliquant des structures de données relativement complexes (arbre binaire balancé, ...) et des tris standards. Le raffinement n'est fait que sur les bornes des domaines des variables.

Pour ce problème, nous utilisons une contrainte de tri par secteur-période. Cette contrainte est posée sur des variables auxiliaires correspondant aux heures d'entrée dans le secteur et à ces mêmes heures ordonnées :

- $T_i^s$  : heure d'entrée du vol  $i$  dans le secteur-période  $s$  ;
- $S_j^s$  : heure d'entrée du  $j^{\text{ème}}$  vol entrant dans le secteur-période  $s$ .

Les contraintes de tri lient les variables de décision avec les variables auxiliaires. La contrainte de capacité est exprimée sur les variables auxiliaires uniquement (les heures d'entrée triées) : deux vols avec des heures d'entrée  $S_j$  et  $S_{j'}$  dans la séquence ordonnée tels que  $j + \text{capa} \leq j'$  doivent être distants d'au moins  $\delta$  minutes (c.f. figure 2) :

$$\forall s \forall i \in \mathcal{F} \quad T_i^s = t_i^s + D_i$$



**FIG. 2.** Contrainte de capacité appliquée aux vols ordonnés ( $\delta = 30$ ,  $capa = 20$ )

$$\forall s \quad \text{sort}(T^s, S^s)$$

$$\forall s \forall j \in \{1, \dots, |\mathcal{F}| - capa^s\} \quad S_j^s + \delta \leq S_{j+capa^s}^s$$

La contrainte de capacité n'est pas tout à fait correcte car elle est posée même pour des paires de vols dont l'un entre avant ou après la période du secteur-période. Elle doit donc être relaxée dans ce cas ; cela peut être réalisé simplement à l'aide de variables booléennes :

$$\forall s \in \mathcal{S} \quad \forall j \quad B_j^s \text{ ssi } start(s) \leq S_j^s < end(s)$$

$$\forall s \in \mathcal{S} \quad \forall j \in \{1, \dots, |\mathcal{F}| - capa^s\} \quad S_j^s + \delta \leq S_{j+capa^s}^s + (2 - B_j^s - B_{j+capa^s}^s) * \delta$$

La variable booléenne  $B_j^s$  est la réification de la contrainte exprimant que le secteur-période  $s$  est concerné par le vol  $j$ . Si pour une paire de vols, un des deux vols est en dehors de la période, la contrainte de capacité est relaxée avec le second terme du membre droit de l'inégalité.

L'utilisation d'une contrainte de tri a déjà été proposée par [ZHO 96] pour résoudre le problème *job-shop*. La contrainte d'utilisation unique d'une machine (de capacité unitaire) à un instant donné est alors facilement exprimée en contraignant la  $j^{\text{ème}}$  tâche à finir avant le début de la  $(j + 1)^{\text{ème}}$ . Notre formulation diffère donc de celle-ci par l'expression supplémentaire d'une capacité à travers les contraintes de précedence.

## 4. Expérimentations

### 4.1. Implémentation

Trois des quatre modèles présentés ont été implémentés avec une bibliothèque de CP sur les domaines finis que nous avons écrite en Objective Caml [LER 99]. Ce langage fonctionnel fortement typé est doté d'une bibliothèque complète et très bien documentée ainsi que d'un compilateur rapide qui produit du code natif efficace.

Notre bibliothèque de programmation par contraintes permet d'utiliser des variables logiques à domaines finis, des contraintes arithmétiques [HAR 98], une propagation efficace sur les contraintes binaires (AC6) [BES 93] et des contraintes globales : différence avec un filtrage fondé sur un algorithme de couplage de graphe biparti, tri... La recherche de solution est contrôlée par des buts (continuation de succès et d'échec) et des coupures comme dans les systèmes de programmation logique par contraintes standards.

Le modèle Gcc a lui été implémenté avec ILOG Solver en utilisant la contrainte `IlcDistribute` (cette contrainte n'étant pas encore disponible dans notre bibliothèque).

## 4.2. Résultats

Nous présentons dans cette partie les résultats obtenus pour les différents modèles appliqués à des données réelles. Toutes ces données concernent la journée du 20 mai 1999.

La recherche utilise le même choix pour tous les modèles : étiquetage standard sur les variables de retard ( $D_i$ ) triées suivant la date de décollage.

Tous les tests ont été menés avec une précision  $\epsilon$  (unité de temps) de 5 min et un retard maximum de 60 min.

### 4.2.1. Secteur unique

Afin d'analyser les solutions produites par les différents modèles, nous nous sommes intéressés à une instance extrêmement simple du problème avec un seul secteur et aucune variation de capacité. Nous avons choisi le secteur le plus chargé (644 vols) du trafic réel de la journée du 20 mai 1999 dans l'espace aérien français. La capacité horaire a été fixée à 40. Les vols concernés entrent dans le secteur entre 0h52 et 23h39.

Les premières expérimentations ont visé à montrer l'équivalence et l'ordre entre les différents modèles ;  $M1 \leq M2$  signifie que M2 est plus contraint que M1, i.e. que la solution pour M2 est une solution pour M1) :

Standard	$\equiv$	Gcc
Standard	$\leq$	Tri
Standard	$\equiv$	Glissant avec $\sigma = \delta$
Glissant	$\leq$	Tri
Glissant avec $\sigma = \epsilon$	$\equiv$	Tri

Les résultats de la figure 3 prouvent les résultats numériques correspondants : un modèle plus contraint produit une solution de plus grand coût. On constate au vu de ces résultats que la plupart des vols pour cet exemple ne sont pas retardés ou très peu retardés (nombres des deux dernières colonnes à comparer au nombre total de vols, 644). Le retard moyen pour cet exemple est inférieur à la précision du calcul (5 min) pour toutes les solutions.

Modèle	$\delta$	$\sigma$	$\sum$ Retards	Retard=0	Retard $\leq$ 15
Standard, Gcc	60		690	602	624
Standard, Gcc	30		1960	532	595
Glissant	60	30	1760	549	597
Glissant	60	15	2480	504	565
Tri, Glissant	60	$\epsilon$	3660	467	553

**FIG. 3.** Retards induits par la régulation : influence du modèle et des paramètres

Cependant, le coût de la solution est un indicateur qui donne peu d'informations quant à la qualité de la solution. Les différences essentielles des quatre modèles sont qualitatives. La figure 4 montre la charge instantanée du secteur, c'est-à-dire le nombre de vols entrant pendant les prochaines  $\delta$  minutes. La courbe en pointillé correspond au trafic non régulé (horaires prévus) et la courbe continue correspond à la solution.

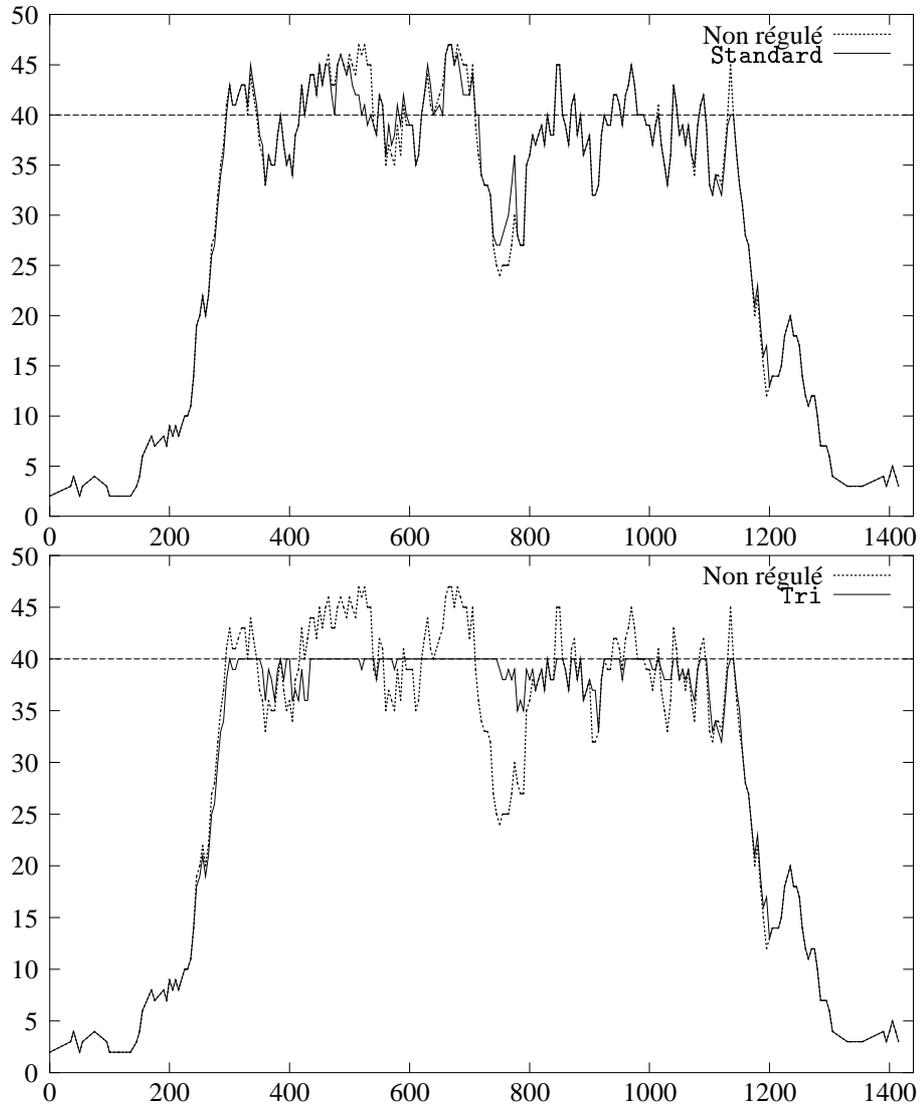
À première vue, il apparaît que le modèle *Standard* ne régule presque aucun vol et ne lisse pas la charge de contrôle. Il faut regarder finement pour vérifier que ce modèle assure seulement que la courbe passe sous la limite de capacité à chaque début de période, c'est-à-dire toutes les  $\delta$  minutes (ici toutes les heures).

La courbe pour le modèle *Tri* montre un résultat plus probant et attendu. La charge instantanée est pratiquement égale à la capacité maximale entre 5h00 et 20h00.

La figure 5 montre l'influence du paramètre  $\sigma$  sur le modèle *Glissant*. Pour  $\sigma = \delta = 60$ , la solution produite est celle du modèle *Standard*. Pour un  $\sigma$  inférieur (15), on observe que la charge instantanée passe sous la capacité toutes les  $\sigma$  minutes mais qu'elle l'excède de 10% entre-temps.

La figure 6 montre le biais engendré par le modèle *Standard*. Pour cette expérimentation, nous avons réduit la capacité de 10% tout en augmentant le retard maximal autorisé pour les vols (120 mn) afin de contraindre un nombre plus important de vols à être retardés. La figure donne le nombre de vols présents dans le secteur à tout instant (on observe au passage qu'un aéronef passe peu de temps dans le secteur). Des pointes apparaissent à chaque début de période; un vol qui doit être retardé doit passer dans la prochaine période non saturée, or une minimisation du retard correspond à faire passer le vol en début de période. La solution produite pour le modèle *Tri* n'a pas cet inconvénient (confirmé par les contrôleurs pour la régulation actuelle effectuée par la CFMU) et assure une charge continue.

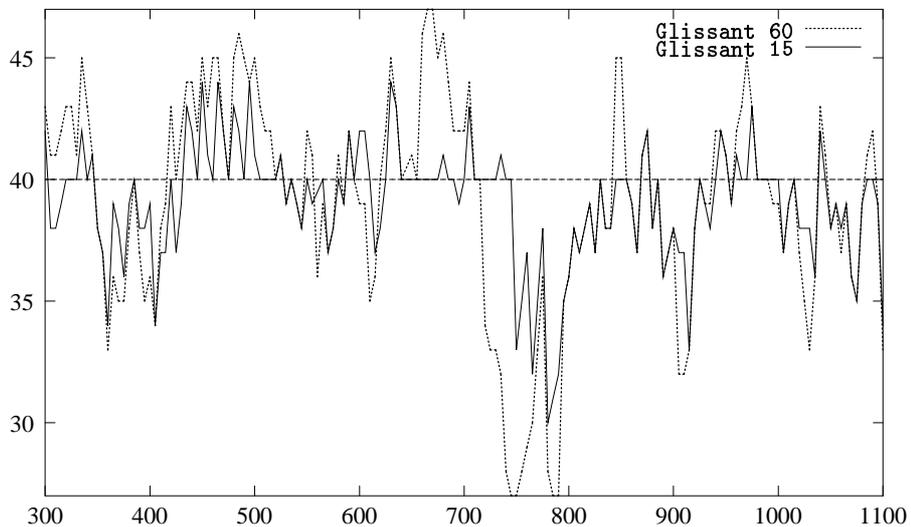
La figure 7 donne des indications quant à la possibilité d'effectuer des preuves d'échec pour les différents modèles. Pour une capacité réduite de 10% (36), l'échec ne peut pas être prouvé en « temps fini » ( $\infty$  dans la table) excepté pour le modèle *Tri*. On observe également que le problème semble posséder une transition de phase car il est facile de trouver une solution pour une capacité légèrement supérieure (37).



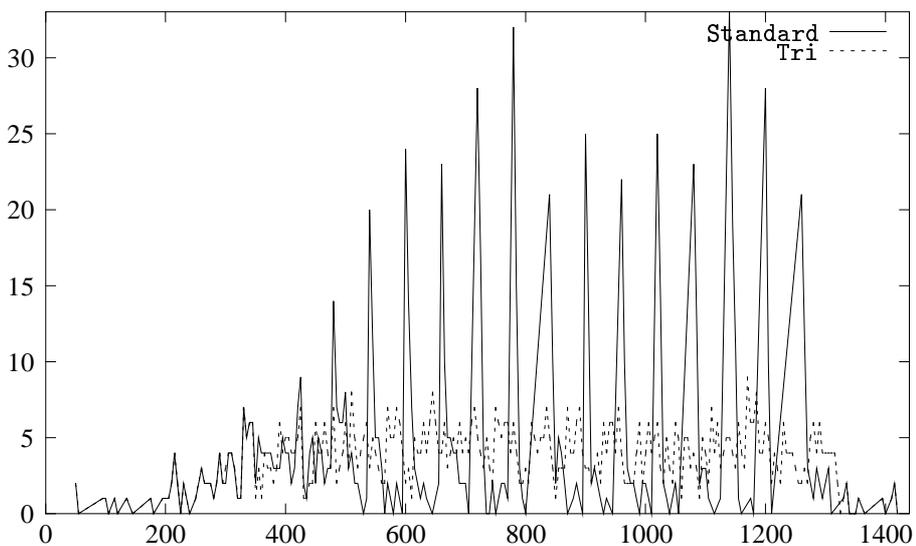
**FIG. 4.** Régulation avec les modèles Standard (en haut) et Tri (en bas). Nombre de vols entrant dans le secteur pendant les prochaines  $\delta = 60$  minutes en fonction du temps.

#### 4.2.2. Problème complet

Nous avons obtenu une preuve d'échec avec le modèle Tri pour l'instance complète munie des contraintes de capacité spécifiées. Une solution peut cependant être



**FIG. 5.** Régulation avec le modèle Tri : influence de  $\sigma$  (zoom sur la période 5h-19h20).



**FIG. 6.** Nombre instantané d'aéronefs présents dans le secteur : pointes de trafic au début de chaque période pour le modèle Standard (capacité = 36 ; retard max = 120).

obtenue en autorisant des dépassements de capacité sur les secteurs de contrôle. Nous avons ainsi trouvé une solution avec une surcharge de 25%.

Modèle	Capacité	Résultat
Standard	36	$\infty$
Gcc	36	$\infty$
Glissant $\epsilon$	36	$\infty$
Tri	36	Échec prouvé
Gcc	37	7390
Tri	37	19775

**FIG. 7.** Preuve d'échec pour une instance surcontrainte

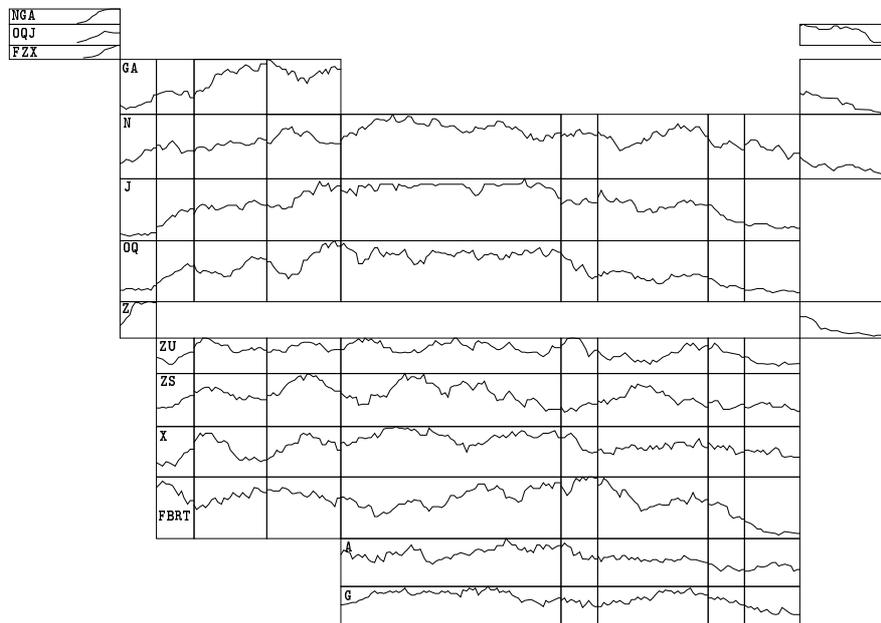
La figure 8 donne un aperçu du trafic traversant le centre de contrôle de Brest pendant la journée entière. Cette figure est divisée selon l'axe vertical en différents secteurs et le temps est représenté horizontalement. Un secteur-période est ainsi représenté par une boîte dans laquelle figure la courbe du nombre de vols qui doivent entrer dans le secteur dans les prochaines 60 min. Seulement trois secteurs sont ouverts dans les premières heures de la journée (en haut à gauche), puis 5 secteurs les remplacent, auxquels viennent se rajouter 4 autres secteurs quelques heures plus tard (et l'un des précédents est supprimé simultanément), etc. La régulation n'apporte pas ici les effets qualitatifs remarquables que l'on peut observer parmi les instances partielles, car le problème est bien trop complexe pour avoir des propriétés locales évidentes (la saturation complète d'un secteur pendant une longue période par exemple, excepté peut-être le secteur J vers midi qui présente une charge constante). Le centre de contrôle de Brest est un des plus simples parmi les 6 ATCC français.

Les temps de calcul pour la résolution du problème pour un centre de contrôle (parmi 6) sont de l'ordre de la dizaine de minutes (3mn pour le modèle Standard, 10mn pour le modèle Tri sur un pentium II 400MHz). Ces temps sont acceptables pour une régulation quotidienne. Cependant, ils doivent être interprétés en tenant compte du fait que :

- l'optimisation du coût des retards n'est pas réalisée ;
- les performances de notre librairie de contraintes et en particulier de la contrainte de tri peuvent être améliorées.

## 5. Conclusion

L'allocation de créneaux pour l'ATFM est un problème d'optimisation combinatoire difficile très mal résolu par le système qu'utilise actuellement la CFMU. Les contraintes de capacité des secteurs de contrôle ne sont pas clairement définies et la Programmation par Contraintes permet d'en modéliser facilement différentes interprétations qui accordent plus ou moins d'importance à la régularité de la charge de travail des contrôleurs. Le modèle à fenêtres de temps contiguës fournit ainsi des solutions peu réalistes dans lesquelles apparaissent des pics de trafic qui amènent probablement les Centres de Contrôle à sous-estimer leur capacité réelle, tandis que les modèles à fenêtres glissantes (de pas minimal) ou par contrainte de tri assurent une charge de



**FIG. 8.** Espace aérien du centre de contrôle de Brest - 20 mai 1999

travail régulière en produisant des problèmes beaucoup plus contraints menant à des solutions plus coûteuses (en terme de retards attribués). Cependant, ce dernier nécessite moins de paramètres de réglages que le modèle à fenêtres glissantes et procure des preuves d'échecs très efficaces quand le problème est surcontraint, avec des temps de calcul comparables.

La grande taille des données du trafic aérien - nombre de vols et taille des domaines - rend le problème d'allocation de créneaux difficile à optimiser suivant le critère de la somme totale des délais attribués et beaucoup de travail reste à accomplir dans ce domaine. Néanmoins, l'intégration dans la fonction de coût de divers facteurs tels que la régularité du trafic (qui est prise en compte dans la modélisation du problème par notre approche) est une nécessité opérationnelle qui pénaliserait fortement les modèles standards.

## 6. Bibliographie

- [BER 95] BERTSIMAS D., STOCK S., « The Air Traffic Flow Management Problem with En-route Capacities », rapport, October 1995, MIT.
- [BES 93] BESSIERE C., CORDIER M., « Arc-Consistency and Arc-Consistency again », AAAI, 1993.

- [GUE 97] GUERNALEC N. B., COLMERAUER A., « Narrowing a  $2n$ -Block of Sorting in  $O(n \log n)$  », *Principles and Practice of Constraint Programming*, Springer-Verlag, 1997.
- [HAR 98] HARVEY W., STUCKEY P. J., « Constraint Representation for Propagation », MAHER M., PUGET J.-F., Eds., *Principles and Practice of Constraint Programming*, Springer-Verlag, 1998, p. 235-249.
- [IP/99] IP/99/924, « European Commission : Fifteen countries, a single European sky, ([http://europa.eu.int/comm/pr\\_en.htm](http://europa.eu.int/comm/pr_en.htm)) », 1999.
- [LER 99] LEROY X., « The Objective Caml System : User's and Reference Manual (<http://caml.inria.fr>) », 1999.
- [MAU 96] MAUGIS L., « Mathematical Programming for the Air Traffic Flow Management Problem with En-Route Capacities », in *Proceedings of the 14th Triennial World Conference of the International Federation of Operational Research Societies*, July 1996.
- [RÉG 96] RÉGIN J.-C., « Generalized Arc Consistency for Global Cardinality Constraint », *Proceedings of the Thirteenth National Conference on Artificial Intelligence*, 1996.
- [SOL 99] SOLVER, « ILOG Solver 4.4 User's Manual (<http://www.ilog.fr>) », 1999.
- [ZHO 96] ZHOU J., « A Constraint Program for Solving the Job-shop Problem », *Principles and Practice of Constraint Programming*, Springer-Verlag, 1996.