



HAL
open science

Génération d'une trajectoire optimale pour un avion en tenant compte du vent et de la congestion de l'espace aérien

Brunilde Girardet, Daniel Delahaye, Christophe Rabut, Laurent Lapasset

► **To cite this version:**

Brunilde Girardet, Daniel Delahaye, Christophe Rabut, Laurent Lapasset. Génération d'une trajectoire optimale pour un avion en tenant compte du vent et de la congestion de l'espace aérien. ROADEF 2012, 13ème congrès annuel de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, Apr 2012, Angers, France. hal-00934810

HAL Id: hal-00934810

<https://enac.hal.science/hal-00934810>

Submitted on 18 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Génération d'une trajectoire optimale pour un avion en tenant compte du vent et de la congestion de l'espace aérien

Brunilde Girardet^{1,3}, Daniel Delahaye², Christophe Rabut³, Laurent Lapasset¹

¹ Capgemini; 15 Av. Docteur Grynfolgel, F-31000, Toulouse (France)

{brunilde.girardet, laurent.lapasset}@capgemini.com

² École Nationale de l'Aviation Civile (MAIAA); 7 Av. Édouard Belin, F-31055 Toulouse (France)

delahaye@recherche.enac.fr

³ Université de Toulouse (INSA, IMT, MAIAA); 135, Av. de Ranguueil, F-31077 Toulouse (France)

christophe.rabut@insa-toulouse.fr

Mots-clés : *optimisation en temps, champ de vent, congestion du trafic aérien, méthode Fast Marching, équation Eikonal, propagation d'un front d'onde.*

1 Introduction

Dans le cadre de l'amélioration du trafic aérien, des projets ont été initiés afin de contraindre l'avion en position et en temps (trajectoire 4D). On s'intéresse ici à la planification des vols en tenant compte du vent, des zones de survol interdites et de la congestion du trafic aérien.

Nous proposons une méthodologie qui génère, à l'aide d'un algorithme *Fast Marching* adapté, une trajectoire optimale, par rapport au temps de parcours, d'un vol en croisière. Pour ce faire, nous imposons le niveau de vol et la vitesse de l'avion. La trajectoire ainsi obtenue tient compte du vent, des zones interdites et de la congestion du trafic global.

2 Adaptation de la Méthode Fast Marching au trafic aérien

La méthode *Fast Marching*, introduite par Sethian [3] fait partie d'une classe plus générale de méthodes appelées *Level Set* [1]. Ces techniques permettent de suivre l'évolution d'un front d'onde. L'évolution du front peut être ramenée à déformer une courbe ou une surface à partir d'une équation aux dérivées partielles.

La méthode *Fast Marching* est utilisée dans le cas particulier où la vitesse de propagation du front dépend uniquement de la position et reste toujours de même signe. Le front suivi correspond alors aux points atteints en un coût minimum (ici le temps). À la fin de l'évolution du front, le résultat obtenu nous donne le temps minimum pour atteindre n'importe quel point de l'espace.

Pour contrôler la manière dont le front d'onde se propage dans l'environnement et ainsi prendre en compte les obstacles, nous proposons d'agir sur la vitesse de propagation. Il est notamment possible de freiner l'expansion du front d'onde dans certaines parties de l'environnement que l'on veut éviter (par exemple les obstacles) et de l'accélérer dans d'autres que l'on veut privilégier.

Dans le cas particulier où la méthode *Fast Marching* est applicable, le calcul du temps minimum T pour atteindre n'importe quel point de l'espace à partir du point de départ revient à résoudre l'équation Eikonal de la forme :

$$|\nabla T(x)| = \frac{1}{F(x)}, \quad F(x) \geq 0, \quad \text{et} \quad T(x_{\text{départ}}) = 0 \quad (1)$$

où $x \in \mathbb{R}^2$ représente la position dans l'espace, $T(x) \in \mathbb{R}$ le temps minimal pour arriver en x à partir de $x_{\text{départ}}$ et $F(x) \in \mathbb{R}$ la vitesse de propagation connue en tout point x .

Pour générer la trajectoire optimale entre le point d'arrivée et le point de départ, il nous suffit ensuite d'effectuer une descente de gradient en utilisant les valeurs calculées de T sur tout l'espace, à partir du point final jusqu'au point initial. Il n'y a aucun risque d'obtenir un minimum non global puisque la fonction T générée possède uniquement un optimum qui est donc global.

La résolution numérique s'apparente aux algorithmes de recherche sur un graphe. Cependant, contrairement à ces derniers, la méthode *Fast Marching* est consistante puisque lorsque la grille est raffinée, la solution obtenue converge vers la solution exacte de l'équation Eikonal [3], à savoir la géodésique, ce qui est effectivement confirmé par nos expérimentations numériques.

Après avoir résumé le principe général de la méthode, nous présentons notre travail relatif à son adaptation au trafic aérien.

2.1 Prise en compte des obstacles et de la congestion du trafic

La manière dont le front se propage est contrôlée en agissant sur la vitesse de propagation $F(x)$. Dans le cas général, elle est équivalente à la vitesse de l'avion. Au niveau des obstacles, nous imposons que la vitesse de propagation soit nulle. Le temps est alors infini pour atteindre ce point. On a ainsi la garantie d'éviter l'obstacle. Pour la congestion, la méthode est différente, on veut pénaliser certaines régions où la congestion est élevée sans interdire le passage par ces zones. La vitesse de propagation y est alors réduite. Le temps est ainsi augmenté, pénalisant le passage par ces zones.

2.2 Prise en compte du vent

Dans la méthode *Fast Marching*, la vitesse de propagation $F(x)$ ne dépend que de la position. Ici, on souhaite considérer le vent. La vitesse de propagation du front F dépend alors de sa position et de la direction du vent. On ne se trouve donc plus dans le cas d'application de la méthode *Fast Marching*. Des algorithmes, appelés *Ordered Upwind*, ont été développés pour faire face à cette situation dans [4], mais leur complexité algorithmique est plus élevée. Pour garder la rapidité de l'algorithme *Fast Marching*, Petres a proposé une extension de l'algorithme *Fast Marching* dans [2], en supposant que le champ était régulier. Il a appliqué cette extension pour planifier une trajectoire d'un véhicule sous-marin autonome en présence de courants. Nous proposons ici une extension de la méthode *Fast Marching* de manière analogue à celle de Petres en l'adaptant aux trajectoires d'avion.

3 Résultats et perspectives

Nous présenterons plusieurs résultats de trajectoires optimales obtenus à partir de conditions de vent et d'échelles différentes dans le cas de trafic aérien national et transcontinental. Nos travaux de recherche actuels se concentrent sur l'optimisation simultanée des trajectoires de plusieurs avions en tenant compte du vent et de la congestion.

Références

- [1] S. Osher and J.A. Sethian. Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *Journal of computational physics*, 79(1) :12–49, 1988.
- [2] C. Petres, Y. Pailhas, P. Patron, Y. Petillot, J. Evans, and D. Lane. Path planning for autonomous underwater vehicles. *IEEE Transactions on Robotics*, 23(2) :331–341, 2007.
- [3] J.A. Sethian. Fast marching methods. *SIAM review*, 41(2) :199–235, 1999.
- [4] J.A. Sethian and A. Vladimirovsky. Ordered upwind methods for static Hamilton-Jacobi equations : Theory and algorithms. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 41 :325–363, 2004.